

講演

# Risk-based Valuation of Insurance Liabilities and Contingent Claims<sup>1</sup>

(保険債務と条件付請求権のリスクベース評価)

ジョージア州立大学准教授 Shaun Wang氏<sup>2</sup>

JARIP 第三回年次大会 2005年10月1日 日本大学文理学部百周年記念館 (下高井戸)

JARIP 3rd Annual Meeting, Shimotakaido

## Risk-based Valuation of Insurance Liabilities and Contingent Claims

*Shaun Wang, Ph.D., FCAS, ASA*

Georgia State University

[shaunwang@gsu.edu](mailto:shaunwang@gsu.edu)

October 1, 2005

今日は価値評価についての話をします。価値評価というものは（領域内では絶対的な）王のような存在ですが、様々な価値評価（領域）があり、実際には多くの王が存在します。リスクは価値の変化として現れます。私は、価値評価について語るとき、いきなり数学の話にジャンプしようとは思いません。価値評価の根底にあるものは経済学でなければならないと考えるからです。

一つの例を出しましょう。皆さんご存知のハリケーン・カトリーナの後、石油やガソリンの価格はたった一日で2ドル強から3ドルにジャンプしました。タンクにガソリンや石油を入れようと給油所に並ぶ人や車の行列を経験することになったのです。こういったときには、皆さんもおわかりでしょうが、需給が登場します。しかしここで我々は実態のあるモノ、石油やガソリンについて語ろうとしているわけで、我々はその供給についてもその需要についてもわかっています。

ここで金融契約に話を転じますと、資本市場が登場します。このとき、需給は計測しにくいものになるの

---

<sup>1</sup>本稿は英語で行われた講演記録を翻訳したものです。翻訳は編集委員会の松山が担当しましたが、ありうべき誤りは翻訳者に属します。

<sup>2</sup>[http://www.rmi.gsu.edu/Faculty/VITAS/WangCV\\_2005-12.pdf](http://www.rmi.gsu.edu/Faculty/VITAS/WangCV_2005-12.pdf)

ですが、資金移動は、需給を大きく扇動し、価値を上げたり下げたりすることができます。金融工学は価値評価に大きなインパクトをもつのです。

一つ例を出しましょう。日本では不動産バブルがよく話題になります。多くの皆さんも不動産バブルを経験されたでしょう。他の国、たとえば米国でも、最近は不動産バブルを経験しています。住宅価格は、この二、三年で、5割増から2倍あるいは2倍以上上昇しましたが、主たる原因の一つとして、消費者向けのモーゲージ商品を基本とする金融工学の寄与があげられます。米国の消費者は、大きな家を買うために、金利払いだけの（元本払いのない）ローンを簡単に組むことができます。

そこで今日の話ですが、皆さんに、価値評価は単なる数学の問題ではないとわかっていただけるように、極めて一般向けのイントロダクションとしているのです。皆さんは、価値評価が何によって動かされているのかを理解する必要があります。後で、数学の話に入りますが、最初に、価値評価は数学の公式を使ってするものではないことを強調したいと思います。皆さんは、経済学と、リスクが何によって動かされるかを理解する必要があります。

## Valuations are the Kings --- of Different Dominions

- Risk often manifested in *changes in value*
- Mark-to-market
  - Interplay with the capital market
  - Asset side: mark to market
  - Calibrate future interest rates to a no-arbitrage models
- Mark-to-model becomes important if it affects accounting or management decision
  - Risk acceptance pricing decision
  - Fair value of liabilities
  - Historical/statistical analysis plus risk adjustment

S. Wang, 2005 JARIF

2

価値評価について語るとき、少なくとも二つのタイプの価値評価手法があると思います。一つは、市場による値付け（mark to market）です。たとえば、株について考えてみましょう。インテル株は広く取引されていて、多くの人が売ったり買ったりしていて取引量の多い銘柄ですが、市場はインテル株の価値評価をしてくれて、我々は毎日終値でインテル株の評価ができます。これはとても簡単です。

しかし他のタイプの契約、たとえば保険契約では、資本市場がありません。私は再保険会社にいたことがあります。再保険では、基本的に、価格は交渉ごとで決まります。たとえば、皆さんと私と同じ部屋の中で、ああだこうだと値段について議論し合うようなことが交渉プロセスです。まさにこのとき、流動的な市場はないわけですから、市場による値付けはできません。どうしたらいいのでしょうか。そこで、あるモデルによる値付け（mark to model）をします。そこで、過去の損失データに注目する必要があります。過去の観察をして、平均値やボラティリティーといった統計的な評価をすることができ、それから不確実性の調整をするのです。

## Financial Valuation: In terms of Market Prices of Risk

- Fund performance (also called Sharpe Ratio):

$$\lambda = \{ E[R] - r \} / \sigma[R]$$

- Capital Asset Pricing Model:

$$\lambda_i = \text{Corr}(R_M, R_i) \cdot \lambda_M$$

- Black-Scholes-Merton model for options

$$\lambda_{\text{Call Option}} = \lambda_{\text{Underlying Asset}}$$

S. Wang, 2005 JARIP

3

さて、実際に価値評価の数学の話に入ろうと思いますが、背景となるダイナミクスはとても複雑なため、どれだけ注意を払っても、十分すぎるということできません。資本市場はとても複雑です。

最初に、価値評価やリスク資産の価格付けについての様々な金融理論に注目したいと思います。ファンドマネージャー、投資信託のマネージャーにとって、パフォーマンスのベンチマークはシャープ・レシオです。シャープ・レシオは、超過リターン、つまり期待リターンからリスクフリー・レートを控除したものを、ボラティリティーで割ったものです。つまりボラティリティー1単位あたりの超過リターンということになります。シャープ・レシオは、とても単純な概念ですが、金融価格理論の中でも使われていて、リスクの市場価格と呼ばれています。実際、CAPMは、シャープ・レシオまたはリスクの市場価格で表現することができます。資産*i*のリスクの市場価格は、市場全体のリスクの市場価格に関係します。その関係は資産リターンの間の相関の形で表されます。これがCAPMの基礎です。皆さんよくご存知とは思いますが。

さらに、原資産から（原資産上の）オプションやデリバティブに目を転じてみると、またもや、背景となる理論である価格理論は、リスクの市場価格に基礎を置くことになります。原資産のリスクの市場価格が（原資産上の）デリバティブやオプションのリスクの市場価格に同じということに皆さんが同意してくれたとすると、この仮定のもとで、ブラック・ショールズ式を導出することができます。実際、フィッシャー・ブラックは、当初ブラック・ショールズ式をこのアプローチで導出して、後で、無裁定理論や確率微分方程式を使って違う形で表現したのです。

## Capital Market Valuation

- “Forward looking” or “Looking over the shoulders”?
- Actions of market participants themselves can drive value changes
  - Real estate bubble
  - Momentum investing
- Market breakdown
  - Portfolio insurance strategies
  - UK FSA experience

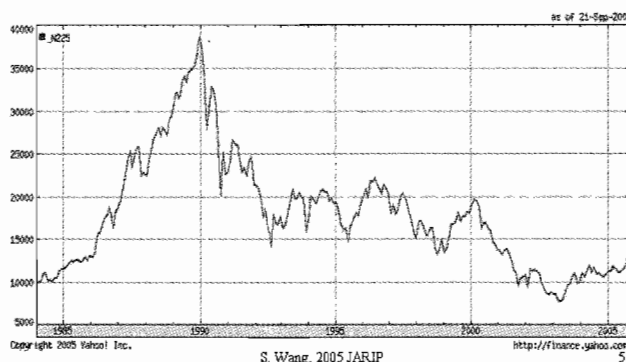
S. Wang, 2005 JARIP

4

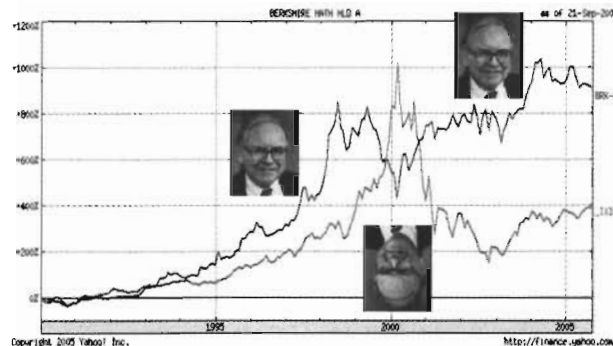
さて、資本市場の価値評価について見てみましょう。「資本市場は偉大で、将来を見通している」という人がいますが、「本当に信じているのですか?」「将来を見通していますか?」と私は聞くかもしれません。どちらともいえません。もし日経インデックスに注目していて、もし1990年に将来見通しをスタートさせたとしたら、見通しがずっと下がりっぱなしということにはなりません。そのとき市場が正しかったとすれば、こういう経験はしなかったでしょう。たとえ我々が将来を見通しているというときであっても、実際は他人がこの株を値付けしているのを覗き込んでいるだけなのです。つまり、それは真に将来を見通すといったことではなく、将来を見通していると思っているだけで、たぶんそれは正しくないということになろうかと思うわけです。しかしそのときでも、同じ資産を他人が値付けしたものを、皆さんが実際に覗き込んでいることには違いないのです。

市場参加者の行動は価格変化を駆動します。不動産バブル、ハイテクブームの中でのテクノロジー株へのモメンタム投資、など。この話はスキップしましょう。

## Nikkei 225 shows that Market Valuation is not always Rational



## Berkshire Hathaway v.s. Nasdaq Tech Herd v.s. Buffet lone-ranger



S. Wang, 2005 JARIP

6

一つの例をあげましょう。資本市場の値づけは常に論理的とはいえないかもしれません。この図の青線は、ウォーレン・バフェット氏の投資会社バークシャー・ハサウェイで、赤線はNASDAQ指数です。私が言いたいことは、価値評価は市場参加者の行動に大きく関係しており、市場参加者の行動は価値評価を動かすものになるということです。テクノロジーブームの間、多くの投資家はもちろんハイテク株をたくさん買ったわけですが、それが価格上昇の駆動力になりました。そのとき、バリュート投資家であるウォーレン・バフェットは、テクノロジービジネスモデルを信じず、テクノロジー株に投資しなかった。そのとき人々は、バフェットは昔は偉大だったが今は違う、とっていました。彼の時代は終わったと。やがて、NASDAQバブルがはじけると、実はバフェットのほうが最終的にうまくやったことがわかるのです。私が言いたいことは、我々の多くはCAPMを崇拝していて市場は効率的と信じているが、それは事実ではなく、投資家の行動に大きく関係しているのだということです。

### Differences in Valuation Drive Arbitraging Transactions

- **Financial arbitrage**
  - Buy and sell instantly
- **Accounting arbitrage**
  - Finite reinsurance
  - Fair value accounting
- **Regulatory arbitrage (capital requirement, tax):**
  - the development of the Bermuda market

S. Wang, 2005 JARIP

7

再び資本市場における価格付けにもどって、裁定理論について話しましょう。異なるタイプの裁定があることに言及したいと思います。金融裁定というのは、買って売れば即座に利益が得られるときに裁定行動をすることです。多くの市場プレーヤー、ヘッジファンドなどがそれを仕事にしていて、いつも裁定をしよう

としています。しかしながら、誰かが利益を得れば機会はなくなるので、金融裁定は一瞬しか存在しません。実際に金融取引を駆動するのは、主に会計による裁定か規制による裁定です。そして企業取引では、ファイナイト再保険（金融再保険）があります。A I Gはファイナイト再保険で苦境に立たされました。なぜ彼らはファイナイト再保険をしたのでしょうか。会計処理のためです。この取引によって、収入をスムージングし、実現したいときに利益を実現できるからです。規制による裁定の例としては、規制による裁定のためにバミューダの保険市場が作られたことはご存知でしょう。なぜなら、バミューダ政府は保険会社の転入の奨励を真に望み、とても緩い資本規制と大変有利な課税措置をとったからです。

## Actuarial Valuation

- **Largely rely on historical experience data**
  - Although actuaries need to interact with the capital market on the asset side
- **With historical experience as an anchor, actuaries add explicit or implicit risk adjustment**
- **Actuarial valuation normally has a long time horizon due to nature of products**

S. Wang, 2005 JARIP

8

アクチュアリアルな価値評価に話題を転じましょう。少しだけ資本市場の価値評価の話をしました。アクチュアリアルな価値評価では過去のデータ、過去の損失の経験を見つめることが出発点です。そこからリスク調整をすることができます。アクチュアリアルな価値評価は長いタイム・ホライズンを持っています。資本市場は、皆さんご存知の通り、タイム・ホライズンの示しようがなく、当面の価値評価にしか関心がありません。アクチュアリアルな価値評価は通常はとても長いタイム・ホライズンを持っています。

## How to interpret changes in value?

- **General Motors had nearly US\$23 billion pension deficit in year 2002**
- **In 2003, the pension deficit disappeared because of changes in interest rate**
- **Short-term volatility versus long-term mean reverting**

S. Wang, 2005 JARIP

9

例を出しましょう。新聞で読んだのですが、数年前ゼネラル・モーターズには230億ドルの年金の欠損がありました。大会社で、長い歴史があり、多くの従業員が年金受給資格をもっていたからです。そして1年後、230億ドルの欠損はいきなり消えてしまいました。なぜかご存知でしょうか。これは割引率の仕業です。短いタイム・ホライズンでは高いボラティリティーが見られます。アクチュアリーが長いタイム・ホライズンをとるときには、金利水準の中心回帰的性質によって、いくらかボラティリティーを減じることができます。つまり、タイム・ホライズンどうするかによって、たくさんの価値評価があるのです。しかし会計帳簿は一つしかありません。どの価値を記帳すべきでしょうか。皆さんの収益に大きな差異をもたらさう年金債務としてどの価値を記帳すべきでしょうか。一方で、我々はその意味あいを理解する必要があります。我々は会計帳簿を持ち、3ヶ月のタイム・ホライズンの契約と30年のタイム・ホライズンの契約があり、それらの公正価値あるいは何らかの価値を計算して会計帳簿に記帳しようとしています。それらの数字は何を意味するのでしょうか。それらの数字は別の意味あいをもちます。一つの会計帳簿に異なる意味あいの価値評価があること、ここに主たる問題があります。それが、まさに価値評価について深く考えていかなければならない理由なのです。

## P-measure v.s. Q-measure

- 2 mega earthquakes between 1900 -- 2000
  - Year 1923, the Great Kanto Earthquake.
  - January 17, 1995 Kobe, Japan
  - P-measure or physical measure: one-in-fifty year event.
- Consider a contract that has a binary payoff
  - If an earthquake with a scale of 7.0+ hits Greater Tokyo, then the payoff is \$100 million.
  - Suppose the price for such a contract is \$5 million,
  - Q-measure: the implied probability of an earthquake is a 20-year event.

S. Wang, 2005 JARIP

10

今日の私の主なトピックは二つのタイプの測度に関するものです。不確かなもの、たとえば保険負債のようなものを評価しようとするとき、確率測度で不確実性を表します。少なくとも二つのタイプの確率測度があり、一つがP測度、もう一つがQ測度です。P測度とは何か。例を出しましょう。前の世紀に、日本は2回の大きな地震を経験しました。一つが1923年の関東大震災、もう一つが1995年の神戸です。P測度、あるいは統計的測度では、50年に一度、0.02あるいは2%の確率といいます。そのように統計に基づくのがP測度です。二つの結果、0か1かしかない契約を思い浮かべてください。ペイオフとして、マグニチュード7.0の地震がおこったら1億ドル支払うことを想定しましょう。日本ではリヒター・スケール（マグニチュード）ではなく震度を使うこともできるでしょう。そこで、この契約の価格ですが、1億ドルの2%（200万ドル）以上に違いないと想定できます。なぜなら、このリスクを引き受ける人は、資本を投入するので、その利ざや（資本コスト）を求めるためです。このような保険を提供するには大きな資本を投入する必要があ

ります。この契約の価格を200万ドルでなく500万ドルとすると、Q測度では5%の確率ということになります。簡単にいうと20年に1回ということですか。いいでしょうか、P測度とQ測度の違いが理解できましたでしょうか。資本市場から価格を取れば、それはQ測度になります。過去の実績データでやれば、P測度になります。ここで問題になるのはQとPの二つの測度または二つの価値評価をつなぐものは何かということですか。

## Financial & Insurance Pricing

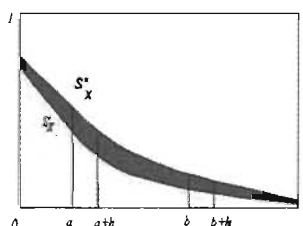
### Mapping between

#### 1. Loss Curve

- *physical measure*
- $S(x) = 1 - F(x)$

#### 2. Pricing Curve

- *risk-neutral measure*
- $S^*(x) = 1 - F^*(x)$

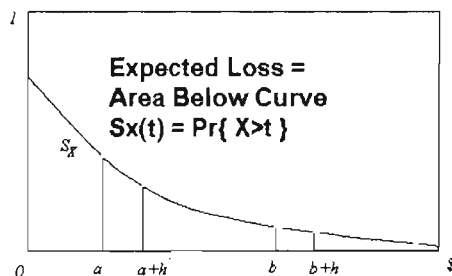


S Wang, 2005 JARIP

11

ここに二つのカーブを描きましたが、一つが損失カーブ、もう一つが価格カーブです。損失カーブはP測度です。ここで $S$ という記号を使いますが、1から累積密度関数 $F$ を引いたものです。保険分野ではこれを損失超過カーブともいいます。損失金額を超過する確率を与えていくと、損失超過カーブができます。そして、価格カーブは、このケースでは上のカーブですが、リスク中立測度またはQ測度です。そして、我々はこの二つの測度の関係を構築しようとしているのです。

## Loss Distribution Curve



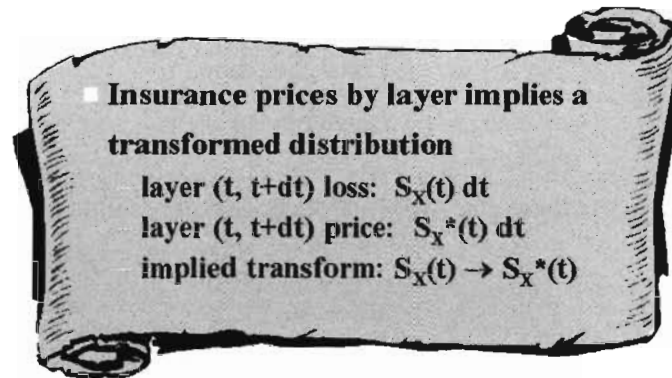
12

再保険では、レイヤーというものがあります。再保険では、たとえば、金額 $a$ を超過した金額で上限金額 $h$ までの損失だけをカバーするようなことがあり、これをレイヤーといいます。期待損失はこの  $(a, a+h)$



区間上の領域（面積）になります。上位のレイヤーでは、同じ上限 $h$ でも高いリテンション（リスクの自己保有）を伴います。次のスライドに移りましょう。

## Venter 1991 ASTIN Paper

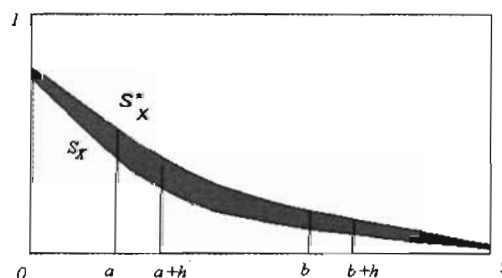


S. Wang, 2005 JARIP

13

ゲーリー・ベンターは米国の著名なアクチュアリーですが、次のような観察をしました。彼はブローカーです。ブローカーは基本的に、様々なレイヤー、小さいレイヤーにリスクを切り分けます。これは金融工学の言葉ではトランシェになります。そして、ベンターがいったことは、どんな小さなレイヤーでも、おおまかに価格を観測することができるということです。区分線形で（補間して）、これが価格だろう、これが期待損失だろうとわかります。そして、リスクを小さいレイヤーに分けることによって、一つの変換が得られ、損失カーブから価格カーブへの関数が得られるのです。

## Graphic Representation



S. Wang, 2005 JARIP

14

このグラフから、皆さんは「当然、損失カーブと価格カーブの間の変換があるに違いない」とわかるでしょう。これは極めて直感的な話です。問題は、その変換はどういうものかということです。それが、これから掘り下げていこうとしている問題です。

## Wang Transform

- Maps a loss curve to a price curve:

$$F^*(x) = \Phi[\Phi^{-1}(F(x)) + \lambda]$$

- ✓  $\Phi$  is the standard normal distribution
- ✓  $\lambda$  - extends the Sharpe ratio to skewed distributions
- ✓ Recovers CAPM and Black-Scholes-Merton

S. Wang, 2005 JARIP

15

ここでWang理論の話にジャンプしましょう。これは損失カーブと価格カーブの関係を示すものです。ここに関係式があり、 $F^*$ が価格カーブで $F$ が損失カーブです。この式の $\lambda$ は何か。ここで、リスクの市場価格としてシャープ・レシオをベースとする金融価格理論があったことを思い出してもらいましょう。ここで $\Phi$ は標準正規分布関数です。株式リターンが正規分布するなら $\lambda$ はシャープ・レシオになるのですが、ここで $\lambda$ は、正規分布に対する通常のシャープ・レシオの（歪んだ分布への）拡張になっています。これは、CAPMの足りないところを埋め合わせることにもなります。今日はこれがCAPMの拡張になっているという詳しい説明は省いて、結果といくつかの応用を示して、直感的理解をしてもらおうと思います。

CAPMとオプションのブラック、ショールズとマーティンの式の足りないところを埋め合わせるのに、鍵となるのはこの $\lambda$ です。どんな分布でもこの変換は機能しますので、たとえば、株式リターンが正規分布するというような仮定は必要としません。では、なぜこの変換であって、他の変換ではだめなのか、と聞かれるかもしれません。他の変換もたくさんありうるのですが、シャープ・レシオのコンセプトの足りないところを埋め合わせることができ、CAPMとブラック・ショールズ理論の足りないところを埋め合わせることができる唯一の変換がこれなのです。ご興味があれば、あとで基礎となる理論に関する論文をお送りします。ここでは、この変換を与えてくれる基礎理論があるということだけを認識していただいて、この場の興味は応用を紹介することにあります。

## Unified Treatment of Asset / Loss

- A gain  $X$  for one party is a loss for the counter party:  $Y = -X$
- With opposite signs of  $\lambda$ , we get the same price for both sides of the transaction

$$\begin{aligned} F_X^*(x) &= \Phi(\Phi^{-1}(F_X(x)) + \lambda) \\ F_Y^*(x) &= \Phi(\Phi^{-1}(F_Y(x)) - \lambda) \end{aligned}$$

S. Wang, 2005 JARIP

16

まず最初に、この変換では、資産と負債の統一的な取り扱いができます。一方の利益が、相手方の損失になるのです。何がおこるかという、 $\lambda$ は、一方はプラスで、他方の相手方がマイナスとなります。このとき、取引の売り手であっても買い手であっても同じ価格を得ることができます。

ここで私は数学的導出よりも直感的説明を与えたいと思います。私は、Wang変換で答えが得られた、統一された理論が得られたと思いましたが、市場データをいじり回してみたところ、たとえば信用リスクのような極値的なテイル事象で、このWang変換がうまくいかないことになりました。がっかりして、なぜうまくいかないのだろうと自問しました。すでにご承知のように、Wang変換は、理論的には、CAPMの一般化であり、ブラック・ショールズ理論の一般化ですが、なぜうまくいかないのかと。そしてCAPMは、平均・分散という二次までのモーメントに対するリスクの価格についてしか実際には語っていないということに気づきました。市場はより高次のモーメントに対しても価格をつけていることを示唆する十分な経験的証拠があるのです。しかし、どうやって高次のモーメントの価格を得たらいいでしょう。これは、興味深く重要であるとともに、とても難しい問題です。そこで再び私は市場データから直感を得て、簡単な方法があることに気づいたのです。というのは、統計の標本調査論では、正規分布の母集団から $n$ 個取り出して統計的推定をしようとするとき、真の平均も真の標準偏差も知らないで正規分布は使えないからです。理論的には正規分布に従いますが、 $\mu$ や $\sigma$ を観測するのではなくて推定するだけです。それでチューデント $t$ 分布に行き着くわけですが、それが標本調査論ですが、パラメータの不確実性またはサンプリング誤差というようなものが、高次のモーメントに関係しているのです。そこで何をするかというと、二つのステップをとります。最初のステップは、パラメータの不確実性と高次のモーメントの意味での調整です。

## Adjustment for Higher Moments

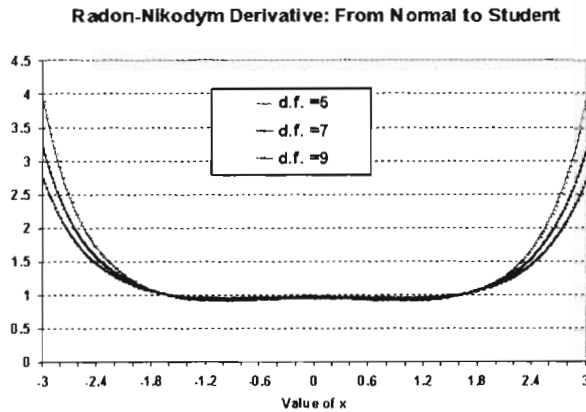
Inspired by going from **normal** to **Student-t** in sampling theory, we propose the following two-factor model that reflects risk adjustment for higher moments:

$$F^*(y) = Q(\Phi^{-1}(F(y)) + \lambda)$$

S. Wang, 2005 JARIP

17

どんな分布 $F$ に対しても最初にするのは、標準正規分布関数 $\Phi$ の逆関数で正規分布に持ち込むことで、それから正規分布をスチューデント $t$ 分布に変換します。そのとき、この $Q$ を使いますが、 $Q$ がスチューデント $t$ 分布であって、これがテイルの不確実性の調整になっているのです。これは、高次のモーメント、パラメータの不確実性の調整です。この二つのステップを一つのステップに組み合わせて、この2ファクターモデルが得られるのです。ここでは、リスクの市場価格である $\lambda$ と、高次モーメントを調整するスチューデント $t$ 分布の自由度の二つファクターがあります。このスチューデント $t$ 分布の調整はとてもパワフルです。このスチューデント $t$ 分布の自由度は、業界の人たちの研究によると、5から9の間です。



18

ここに、正規分布から $t$ 分布へのラドンニコディム微分のグラフがありますが、正規分布に近いほど1に近づきますので、確率密度関数の意味で相対評価をしていることになります。このグラフの中央レンジ、2標準偏差の範囲内では、 $t$ 分布に大きな差異はなく1に近い値をとります。2標準偏差を超えると確率密度はあたかも指数的にインフレートします。

## Insights for *the 2nd factor*

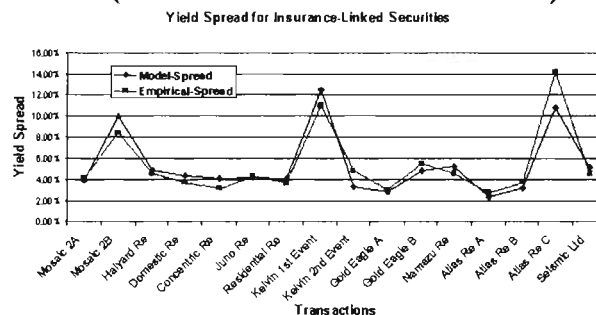
- Student-t factor inflates extreme tails
- Explains investor behavior: *greed vs fear*
  - *Investors desire large gains (internet lottery)*
  - *Investors fear large losses (market crash)*
- Consistent with “volatility smile” in observed option prices

S. Wang, 2005 JARIP

19

前のグラフのインフレーションは直感的な翻訳が可能で、両方のテイルのインフレーションは投資家の振る舞いを反映しているのです。基本的に投資家は強欲であるか臆病であるかのどちらかです。また、このモデルでオプション価格のボラティリティ・スマイルを表現できます。ここでは時間がないので、これくらいにしておきましょう。

### Wang transform explains well empirical Cat Bonds Yield Spreads (Data Sources: Lane Financial LLC)



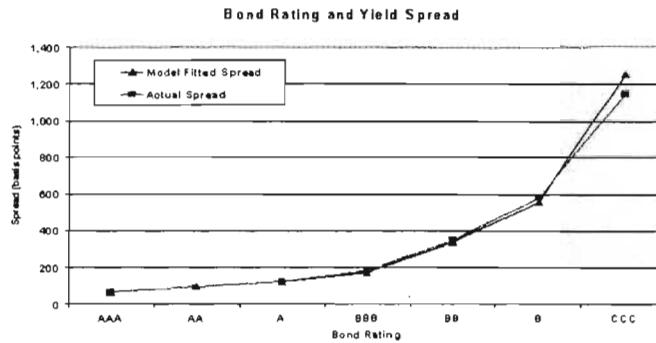
S. Wang, 2005 JARIP

20

私はC a t ボンドの価格付けの経験データをもとに、この2ファクターモデルを得ました。C a t ボンドの価格付けは、全て低頻度の事象、実際に2標準偏差の外側の事象を扱っています。これがスチューデントt分布が真に重要になる理由なのです。この2ファクターモデルを使って16のC a t ボンド取引を説明できるかやってみたところ、極めてうまく説明できました。このグラフがC a t ボンドのイールド・スプレッドのモデル値と実績との比較で、ここでは細部の議論に立ち入りませんが、私が申し上げたいことは、市場データを出発点に2ファクターモデルのアイデアを得たということなのです。最初に1ファクターのWang変換をこのデータに使ってみてうまくいなくて失望したから、何か適当に別のファクターを導入したというようなことではないのです。市場データがこの2ファクターモデルの研究を促したのです。この2ファクター

モデルはそれらの取引をうまく説明できます。 $\lambda$ は0.45といった値をとり、C a t ボンドの自由度は、そのときは5でした。スチューデント t 分布の自由度は低くなるほどリスク調整は高くなります。スチューデント t 分布の自由度が高くなるほど正規分布に近づきます。

## Fit 2-factor model to corporate bonds



S. Wang, 2005 JARIP

21

これは格付け別の社債のスプレッドのグラフです。ここでも、2ファクターモデルを使って、社債のイーロード・スプレッドをうまく説明することができます。この場合、C a t ボンドと比べて $\lambda$ は、殆ど同じ0.45あたりの値をとりますが、自由度は5より大きく6です。C a t ボンドと社債を比べると、C a t ボンドのリスクプレミアムは、スチューデント t 分布の自由度が低いため、投資家にとってより魅力的なものになっているのです。

## Earthquake Contingent Payoff



- Under a contingent payoff, XL RE pays nothing if *Richter* below 6.0.
- Otherwise, XL RE pays an amount equal to  $100\exp(\text{Richter}-6)$ , capped by  $100\exp(1.0)$
- All payments to be delivered on 12/31/06.

S. Wang, 2005 JARIP

22

いくつかの応用を紹介しましょう。この変換を実際にはどうやって使うのでしょうか。地震による偶発的ペイオフ契約を考えてみましょう。ここで、我々はリヒタースケールで（マグニチュード）6に関心があります。一例としてスライドにあるようなリヒタースケールの指数関数を考えますが、ペイオフを数式で予定する契約を策定することができます。もちろん、ペイオフの最大値のキャップを設定しなければなりません。

リヒタースケール7のときペイオフの最大値になりますが、こういった偶発的ペイオフをどうやって価格付けすればいいのでしょうか。ところで、日本では地震を引き合いに出すことが適切ですが、世界でおこっている最近の出来事に思いをめぐらせば、巨大リスクとしては、米国の巨大災害や、津波があります。世界の変化はとても速くなり、変化のペースも引きあがってきています。大地震があってもおどろかないでしょう。都市部への資本集中を所与とすれば、地震の金融的なインパクトは巨大なものとなるでしょう。金融的なインパクトを想像することは困難です。私は、こういった偶発的ペイオフ契約やリスク証券化の設定は、部分的に巨大リスクにそなえるために、世界のほかの地域にリスクを移転するものとして合理的であると考えます。こういった偶発的ペイオフはなんらかの測度、数値的指標に基づいています。一方で、米国ルイジアナ州の保険では、保険契約では台風や洪水は免責とされていましたが、ハリケーン・カトリーナの後、州の司法長官は「ダメだ。保険会社に支払わせなければならない」といいました。彼らは保険会社を訴えて「なんといおうが、契約だ。支払わなければならない」といいました。このように支払いの必要があるかないかについては、大きな法的な不確実性があるのです。ワールドトレードセンターのときのように、それが一つや二つのイベントであっても、法廷での決定を得るには何ヶ月も何ヶ月もかかりますが、この偶発的ペイオフ契約をもってれば、とても客観的に決まるということをお願いしたいのです。偶発的ペイオフ契約は、実損てん補原則や、実際の損害金額によるものではなく、すごく単純明快で、客観的事実を証明できるかぎり、多くのトラブルから皆さんを救ってくれるのです。

## Japan Earthquake

*Illustrative Example:*  
Estimated Distribution for the Largest Earthquake in Tokyo in 2006

Richter		Estimated
Shindo	Pay-off	Prob
Scale	x	f(x)
	\$ -	0.900
6.00	\$ 100.0	0.012
6.10	\$ 110.5	0.011
6.20	\$ 122.1	0.010
6.30	\$ 135.0	0.009
6.40	\$ 149.2	0.008
6.50	\$ 164.9	0.007
6.60	\$ 182.2	0.007
6.70	\$ 201.4	0.006
6.80	\$ 222.6	0.005
6.90	\$ 246.0	0.005
7.00+	\$ 271.8	0.020
	E[X]	\$ 17.43

S. Wang, 2005 JARIP

23

いずれにせよ、1年の契約を考え、震度に基づくペイオフ関数が与えられているとします。そこで、何らかのカタストロフ・モデリングのソフトウェアが使えて、ここでは専門のモデリング会社（Risk Management Solution社など）で持っているようなものを考えていますが、あるレンジの中である地域に関してのマグニチュードの確率を予測することができます。例として、このスライドのような予想確率があったとして、ここで問題は、この偶発的ペイオフ契約をどう価格付けするかです。

ここにある数値はP測度であって、これをQ測度、価格にしたいのです。それが必要なことであって、できることはこの変換を実際に適用してみることです。

Price EQ contingent payoff ( $\lambda=0.4$ , d.f.=6)

Richter		Estimated	1-factor	Weighted	2-factor	Weighted
Shindo	Pay-off	Prob	WT	Payoff	WT	Payoff
Scale	x	f(x)	f*(x)	x f*(x)	f*(x)	x f*(x)
	\$ -	0.900	0.811	\$ -	0.794	\$ -
6.00	\$ 100.0	0.012	0.019	\$ 1.92	0.018	\$ 1.77
6.10	\$ 110.5	0.011	0.018	\$ 1.97	0.016	\$ 1.81
6.20	\$ 122.1	0.010	0.016	\$ 2.01	0.015	\$ 1.86
6.30	\$ 135.0	0.009	0.015	\$ 2.06	0.014	\$ 1.91
6.40	\$ 149.2	0.008	0.014	\$ 2.11	0.013	\$ 1.96
6.50	\$ 164.9	0.007	0.013	\$ 2.17	0.012	\$ 2.03
6.60	\$ 182.2	0.007	0.012	\$ 2.22	0.012	\$ 2.10
6.70	\$ 201.4	0.006	0.011	\$ 2.28	0.011	\$ 2.18
6.80	\$ 222.6	0.005	0.011	\$ 2.34	0.010	\$ 2.28
6.90	\$ 246.0	0.005	0.010	\$ 2.41	0.010	\$ 2.41
7.00+	\$ 271.8	0.020	0.049	\$ 13.34	0.075	\$ 20.29
	E[X]	\$ 17.43	E*[X]	\$ 34.84	E*[X]	\$ 40.60

S. Wang, 2005 JARIP

24

ここで、 $\lambda$ を0.4、自由度を6としてこの変換を適用してみました。どうやってこの数値を決めたのかと聞かれるかもしれません。前に言ったように、市場データに基づいてこの数値を得ます。私はかつて、 $\lambda$ を0.45、自由度を5程度と評価しましたが、その当時はC a t ボンドに興味を示す投資家は極めて少数だったのです。それがリスクプレミアムがとて高くなる理由であり、とても大きなプロフィットマージンを投資家に提供しなければならなかったからなのです。しかし、時代は変わり、今では多くの投資家、投資信託、年金基金、ヘッジファンドなどが、高利回りのため、こういった投資手段にこぞって興味を示しています。それでどうなったかという、リスクの市場価格が実際に減じられ、今やこのように推定できるようになったのです。現下のリスクの市場価格がこれだと評価できたら、ベンチマーク価格を設定するためのベンチマークとしてそれを使えるのです。こういったリスクを扱う市場はおそらくまだありませんが、前にやったようにいくつかのベンチマーク価格が得られるのは、それらを他の市場の取引から得ることができるからです。かつてやったように、1ファクターの変換を適用することもできますし、2ファクターの変換を適用することもできます。このスライドの表にあるように、発生頻度が高いところでは、2ファクターと1ファクターは大きくは違いません。しかし、発生頻度の低いところでは大きな違いがあり、震度7超では、変換後の数値に2%を超える差異があります。重み付きペイオフも、13ドルと20ドルと大きな違いがあります。そういうことで、発生頻度の低い事象を扱うとき、2番目のファクターはとても重要になるのです。



## Applications in Fair Value Calculation & Capital Allocation

- Wang transform is a mark-to-model tool
  - for calculating fair value of insurance liabilities
- It can also produce robust and consistent risk-based capital charges

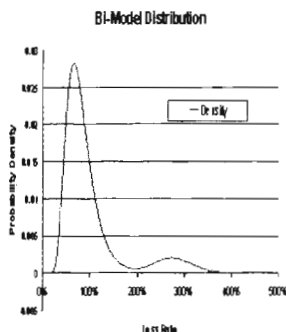
S. Wang, 2005 JARIP

25

この変換はモデルによる価格付けを与えてくれますが、一つの大きな応用分野として、保険会社の負債の公正価値評価があげられるでしょう。責任準備金は保険会社の単一かつ最大の負債であり、将来の責任準備金を予測することができます。シミュレーションされたサンプルに、この変換を適用して公正価値を計算できます。

公正価値の計算は、キャピタル・チャージの計算にも関係します。格付け会社や監督当局は、ファクター方式のキャピタル・チャージ（必要資本要件）をもっていますが、彼らはどこでそのようなファクターの係数を手に入れたのかという疑問があります。答えは誰も知りません。でも、私はそれらの係数が得られる、一つの科学的方法を与えることができます。どうやってこの変換を適用するのでしょうか。皆さんは、必ずしもこの変換を個別の契約に適用したいとは思わないでしょうが、帳簿価格やポートフォリオへの適用を望むかもしれません。皆さんは損失分布への適用は望まないでしょうが、本当に必要なことはロスレシオの分布に適用することです。これはとても大事なことで、なぜなら、いくつかのビジネスでは損失それ自体は安定的でありうるのですが、変化するのはロスレシオだからです。なぜかという、損害保険では、市場が競争的な時期とそうでない時期では価格付けは変化するからです。保険の価格が変化しても、損失はそれほど変化しないかもしれませんが、ロスレシオは結局のところ変化するのです。

## Applications in Calculating Capital Charges



S. Wang, 2005 JARIP

26

- Apply Wang transform to stylized risk ratio distribution for a line of business
- Use benchmark price to back out required capital charge

このスライドに典型的な業務用の保険負債の例があります。このグラフには、一つの局面のシフトが見られます。通常の市場環境ではこのレンジにありますが、クレージーな市場環境になるとロスレシオは実際に高くなり、まさに2つのモデルの組み合わせ (bi-model) になっているのです。皆さんは、過去の経験に基づいてロスレシオを評価できます。それから何らかの価格を得るためにこの変換を適用でき、何らかのキャピタル・チャージ・ファクターを得ることができます。出発点はロスレシオの分布を得ることです。

### Use Wang transform to derive Capital Charge Factors for ground-up risks

		Sharpe Ratio		Target Excess Return Over Risk-free Rate
		0.3		10%
	UW Year	Payout	Annualized	Annual Capital
<u>Line of Business</u>	<u>Volatility</u>	<u>Duration</u>	<u>Volatility</u>	<u>Charge Factor</u>
PPA Liab	4.0%	2.3	2.6%	0.08
Prem/Ops Small	11.3%	3	6.5%	0.20
Prem/Ops Large	26.4%	6	10.8%	0.32
Comm Auto NonFleet	6.9%	3.8	3.5%	0.11
Comm Auto Fleet	37.1%	3.8	19.0%	0.57
Worker Comp Small	12.6%	10	4.0%	0.12
Worker Comp Large	28%	11.3	8.2%	0.25

S Wang, 2005 JARIP

27

一つの例を出しましょう。これはアンダーライターのチームと行った分析です。我々が最初にしたことは、過去のデータに基づくことです。このスライドで、たとえば業務用自動車のノンフリート、ノンフリートは個別を意味しますが、業務用自動車のフリートはグループを意味します。過去の引き受け年度のボラティリティー、ロスレシオのボラティリティーは、業務用自動車のノンフリートは6.9%で、平均的な支払い年数は3.8年でした。ここで最初にしなければならないことは、責任準備金の変動にブラウン運動のようなものを仮定するならば、年換算ボラティリティーにしなければいけません。責任準備金を過大評価・過小評価するかもしれないし、責任準備金は上がったたり下がったりするかもしれませんが、それを未払い損失に関してブラウン運動に従うのだと仮定したならば、一年のボラティリティーにしなければなりません。そのとき我々はシャープ・レシオとして市場のベンチマークをもっており、公正な価格が得られるのです。公正な価格は、シャープ・レシオに年換算ボラティリティーをかけたものになるでしょう。この場合は、0.3に年換算ボラティリティー3.5%をかけて1.1%です。これが、リスクプレミアムであり、リスクマージンであり、プロフィットマージンなのです。これは資本提供の必要性を意味します。リスクフリー・レート超過収益10%を稼ごうとするならば、この資本 ( $0.11 = 1.1\% \div 10\%$ ) を提供しなければなりません。価格付けがキャピタル・チャージを実際に暗示するのです。(スライド右端欄の) これらのキャピタル・チャージの係数は、保険引き受けのリスクを反映し、より頑健で、格付け会社や監督当局から提供される係数よりも理にかなっています。格付け会社のキャピタル・チャージの係数を見ても、これとそれほど大きな違いはないでしょうが、どうやってその数字ができたかわからないのです。しかし、ここには整合的なメソドロジーがあり、より頑健な資本配賦を与えることができます。

## Apply Wang transform to derive relativity (excess biz v.s. ground-up) in capital charge factors

	150 vs 100	250 vs 250	500 vs 500	1M vs 1M	3M vs 2M	5M vs 5M
Pers Auto Liab		1.67				
Comm Auto Liab NonFleet			1.67			
Comm Auto Liab Fleet	1.2	1.45	1.67	2	2.8	3.5
Prens/Op Small	1.2	1.45	1.67	2	2.8	3.5

S. Wang, 2005 JARIP

28

### Case Study: Wildly Different Capital Allocation Methods

*Gary Venter, Feb 2002 Actuarial Review*

In 2001, the CAS called for papers to analyze a hypothetical insurer, recommend a reinsurance program, allocate capital, etc

	Philbrick & Painter *	Bohra & Weist **	
	% of Surplus Allocated	% of Surplus Allocated	Relative Ratio
Workers Comp	41%	11%	3.79
Auto Liab	26%	29%	0.90
HO/CMP Prop	11%	51%	0.22
Auto Phys Dmg	1%	1%	1.00
GL/CMP Liab	21%	8%	2.63
Total	100%	100%	

\* From Swiss Re

\*\* From Munich-American Re

S. Wang, 2005 JARIP

29

## Wang transform method gives robust numbers

- Let "T" be the average duration of insurance payout
- Let  $X_T$  be the risk for time horizon T
- Philbrick/Painter:  $\text{RiskCapital}(X_T) = T * \text{RiskCapital}(X_1)$
- Bohra/Weist:  $\text{RiskCapital}(X_T) = \text{RiskCapital}(X_1)$
- Wang transform:  $\text{RiskCapital}(X_T)$   
 $= \text{Sqrt}(T) * \text{RiskCapital}(X_1)$

S. Wang, 2005 JARIP

30

ゼロから保証するビジネスだけではなくレイヤーに注目すると、それぞれのレイヤーにこの変換を適用し

て関連ファクターが得られます。関連ファクターを、前に得られたファクターにかけることになります。時間の関係で、たぶんこれが最後の例になってしまうと思います。残りのスライドはパスしなければなりません。

## Next frontier:

- **Multivariate extension of Wang transform**
- **Analytical framework for creating an Internal Market within a large organization**
- **Balances corporate goal with operating unit concerns**
- **Has applications in portfolio optimization**

S. Wang, 2005 JARIP

31

Wang変換は、シャープ・レシオ、CAPM、ブラック・ショールズ理論の拡張になっている統一的な理論です。そして、私はこの夏、この変換の多変数バージョンを導出しましたが、これはポートフォリオ管理にとっても使いやすいものだと思います。刈屋教授は今日の講演でERM (Enterprise Risk Management) について話をされましたが、私もまたERMの強力な信奉者です。私は、Wang変換の主要な応用は、(多様なリスクをとっている) 大きな組織におけるリスクの内部市場の創生を支援することだと考えています。我々がERMについて語る時、単にリスクを寄せ集めることを考えているわけではないのです。資本市場であれ自由市場であれ、効率的な市場が与えられることで、価値を創造することができます。しかし、大きな組織において内部市場がないなら、社会主義国のようなもので、インセンティブがなく、人々は正しいことをしないでしょう。この変換を道具として、内部市場を創生するための価格メカニズムとして使うことで、様々なビジネスユニットのリスクキャピタルを計算し、リスクプレミアムをチャージすることができるのです。多変数バージョンは、会社全体の目標だけでなく、ビジネスユニットごとの様々な目標を反映させることができるのです。これは道具であり、言語です。ここで、我々の出発点に立ち返りたいと思います。最後に申し上げたいことは、価値評価を決定するものは数学の公式ではなく、背景にある経済、市場のダイナミクスであり、我々は市場のダイナミクスを理解する必要があるということです。皆さんが市場のダイナミクスを理解できたとしたら、そこから何らかの計量化ができ、それはとても素晴らしいものになるでしょう。