講　演

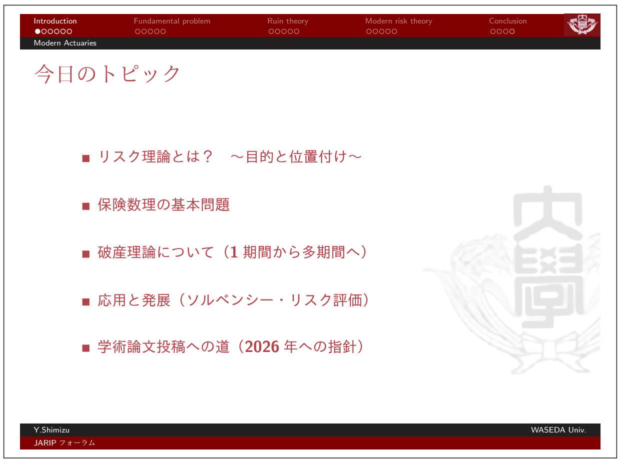
現代リスク理論の広がり～破産理論を中心に～

早稲田大学理工学術院　教授　清水　泰隆

JARIP フォーラム・日本アクチュアリー会研究集会 2018 年 1 月 13 日

ご紹介にあずかりました早稲田大学の清水と申します。どうぞよろしくお願いいたします。基調講演ということで、私が基調講演をしていいのかという、ちょっと僭越な思いもあるのですけれども、なんとかやらせていただきます。

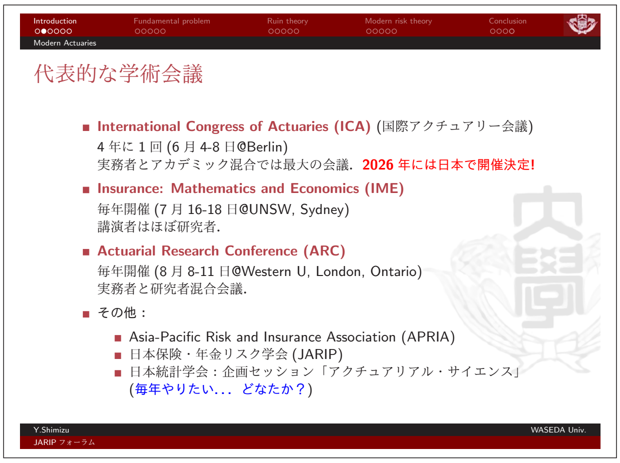
分の話が展開されています。アクチュアリー会員の方々は数学がとても好きな方ばかりだと思いますので、今日は生保、年金、損保の話が後でありますから、バランスを取って、このような分野の話があるのもいいかなと思って話をさせていただきます。



私は元々は数理統計の研究をしているのですが、ここ 10 年ぐらいですか、保険数理にも興味を持って、学術的なところで研究をしています。それで、話は現代リスク理論ということなのですけれども、保険数理というと、普通は年金とか生保、損保などという分野に分かれていますが、その中にも、もう一つの分野と言ってもいいと思うのですけれども、リスク理論という分野があります。リスク理論は、例えばアクチュアリー会の教科書など、損保数理の教科書などに入っていたりするので、一般的には損保数理の分野かなというように認識されていたりもすると思いますが、損保に限らず、一般的にリスクをどう評価するかというような、非常に数理的な部

今日の話ですけれども、最初にリスク理論とは何かということで、目的とか、学術界でどのような位置づけなのかという話をしたいと思います。リスク理論というのは、皆さん、アクチュアリー試験の時に少し勉強をされたという程度で、あまり実務ではお目にかからないという話も聞くのですけれども、実は、アカデミックには現在でも結構盛んに研究されていて、国際学会の半分とはいかないですけれども、大半がリスク理論にかかわるような発表をされているということを、後で少しお話をします。それから、保険数理の基本的な問題は何かということで、簡単な数理的定式化を通して破産理論というものについて少し述べます。今日の目的としては、あ

まり詳しい所までは述べませんが、このような分野もあるのだなということで、後々、必要になったり、例えば研究するとか、そのようなときに思い出していただければと思ってお話しします。それから、2026年ですか、いわゆるICAがあります。そこへ向けて皆さんの論文書きの動機付けの一つとしてお聞きいただければ幸いです。最後のほうでは、学術論文投稿のために、例えば、われわれがどのような手順で論文を書いたり研究をしたりするかということを少しお話して、2026年への指針にするということにいたします。

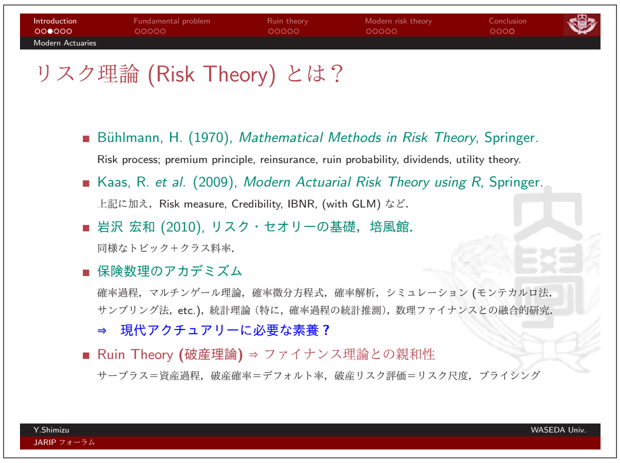


まず、代表的な学術会議にはどのようなものがあるかというお話をしますが、最初に田中先生からもお話があったように、ICA、国際アクチュアリー会議というものが、おそらくこの分野では一番大きい学会だと思います。私自身、まだここに出たことはないので、今年は参加しようと思っておりますが、4年に1回開催で、今年は6月の4～8日で1週間かけて行われます。ここは実務者だけではなくて、アカデミックの研究者もたくさん出ている混合の会議になっていて、2026年には日本で開催されるということです。

このほかにも大きい学会がいくつかありまして、例えば、Insurance: Mathematics and Economics、通称IMEと言われますが、これはほぼ研究者だけによる国際会議で、保険数理関連では一番大きい学会になると思います。学会といいますか、国際会議ですね。今年は7月に、シドニー、University of New South Walesというところであるのですけれども、この4年後にICAが同じ大学であります。

それから、もう一つ大きいのは、Actuarial Research Conference、ARCというものがありまして、これは毎年開催されます。今年は8月に、ややこしいのですが、Western University、ロンドンだけどオンタリオという、ロンドンだけれどもカナダであるという、今年はそのような場所で開催されます。実務者と研究者の混合会議ということです。

それから、近いところでは、先ほど名前が上がっていましたが、APRIA。今年はシンガポールであります。それからJARIP、このJARIPフォーラムの母体となるところです。それから、統計学会に私は所属していますが、保険数理の問題というのは割と独特の統計の問題があって、しかし、統計学者もその存在をあまり知らないということがあるので、統計学会でアクチュアリアル・サイエンスに関する企画セッションをやろうということで、今年は小暮先生や田中先生、それから実務のほうでは藤澤さん、いらっしゃいますか。後ろにいらっしゃいますね。あと、研究者でもうお一方、白石先生にもお越しいただきました。このような産学合同のセッションを毎年やりたいと思っていますので、もしよかったら、来年度の統計学会でどなたか実務のほうからご講演をいただければと思っています。このようなところで保険数理が議論されております。

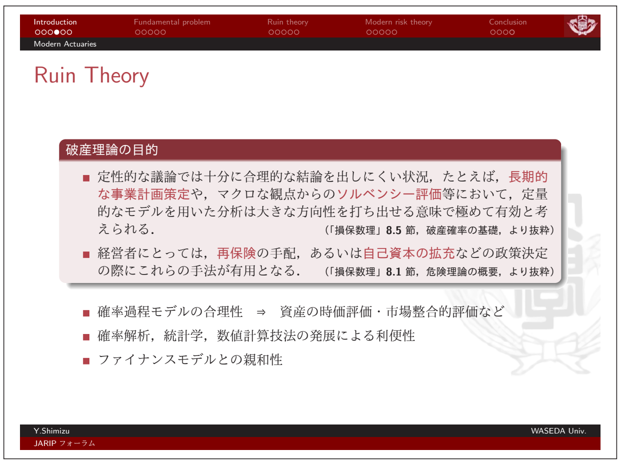


さて、リスク理論というのはどのようなものかということなのですが、古くは、リスク理論に関する一番きちっとした教科書というのは、多分、Buhlmann の 1970 年ですか、これが、最初のものかはわかりませんが、代表的なものだと思います。この中の目次を見ると、Risk process とか premium principle、reinsurance、ruin probability、dividends、utility theory と、このような感じで並んでいます。ぐっと最近になって、Kaas et al、先ほどの IME の Editor になっているような有名な方々が書いた、Modern Actuarial Risk Theory using R。R を使っていろいろなリスク理論の計算をするというようなものですけれども、これを見ると、同じようなトピックに加えて、Risk measure とか Credibility、IBNR というようなトピックが加えられています。それから、日本ではすごく有名で入手困難な、岩沢先生の『リスク・セオリーの基礎』という日本語の本がありますけれども、こちらは上の内容にさらに加えて、クラス料率のような話も入っているという感じで、リスク理論というと、この辺の話題が中心になって認識されているのかなと思います。

一方、アカデミックのほうだと、さらにいろいろな学術的なことが結構加わって、確率過程の理論だとか、マルチンゲールだとか、もっとやると、確率解析の難しいことをやったりとか、プラス統計の話、それから、数理ファイナンスのようなものとマッチングさせたりとか、いろいろなことがなされています。

これからアクチュアリーの方々にとって大事なのが、多分、ビッグデータとかデータサイエンスというキーワードだと思いますが、それに加えて、いろいろなソルベンシー規制などで市場整合的な評価だとか時価評価ということが話題になってくると、確率過程に関する素養というものも今後ますます必要になるのではないかというように個人的には思っています。

この中でも Ruin Theory というのはこの中の非常に核になる部分で、これは、アクチュアリーの教科書では「危険理論」というように訳されていますが、一般的には「破産理論」と言うことが多いです。これはファイナンスの理論と非常に似たようなところがあって、例えば、保険で言うサープラスというものを資産過程と思うと、破産確率というのはデフォルト率に相当したり、破産のリスク評価をすると、リスク尺度で何かをやるとか、あるいはオプションのプライシングに似たようなことをやるとか、そのようなことと近いものがあるので、数学が好きな人にとっては結構面白いところで、大学など数学科のようなところで講義をすると、実務的な内容よりは、やはり学生はこちらの方に食い付きがいいということがあるので、私も早稲田の講義でやっております。



さて、Ruin Theory とは何かということで、これはアクチュアリー会の損保数理の教科書から抜粋

したものですけれども、まず8.5節、「破産確率の基礎」というところから取ったものですが、長期的な事業計画とかソルベンシー評価において、定量的なモデル、これは確率過程を用いたモデルですね。そのようなものが大きな方向性を打ち出すために重要であると、こう書かれています。それから8.1節、「危険理論の概要」の最初のほうを見ると、破産理論の応用として、再保険とか自己資本の拡充とか、このような政策決定に有用であるというように書いてあります。先ほども言ったように、時価評価とか整合的評価という意味では、確率モデルを使って議論をするというのは割と意味があるのかなということです。それから最近は、確率解析とか数理統計のほうも、あるいは数値的手法など、いろいろ発展してきているので、複雑なモデルもだんだん扱えるようになっているということです。先ほど言った、ファイナンスとの親和性があって、数理的にはなかなか面白い分野の一つです。ただ、これをやったからと言って、そのまますぐに実務に応用できるというものではないかもしれませんし、現に実務の人と話をするとアクチュアリー試験のほか使ったことはありません、という返事が返ってきます。しかし、これはもったいないというか、実はリスクを評価するという考え方といいますか、そのような洞察を得るには非常に重要なことをやっていて、知っておくにはいいところだと思います。

Introduction　Fundamental problem　Ruin theory　Modern risk theory　Conclusion

Modern Actuaries

国際学術学会 (IME) での分野別講演数

IME2017 (July 3-5@Vienna)

分野	セッション名	講演数								小計	分野別
年金	Annuities/Pensions	4	4	4	1					13	13
生保	Life insurance	4	4	2						10	32
	Mortality/Longevity	4	4	4	3					15	
	Health	4	3							7	
損保	Catastrope risk	4	4	4						12	33
	Reserving	4								4	
	Crediblity	3								3	
	Dependence	4	4	4	2					14	
リスク理論	Risk measures	4	3	4	4					15	68
	Risk models	3	4	4						11	
	Ruin theory	4	3	4	3	1				15	
	Reinsurance	4	4	4	4					16	
	Devidends	3	4	4						11	
ファイナンス	Optimal strategy	4	4	4	3					15	43
	Equity-linked contract	4								4	
	Finance	3	4	3	4	2				16	
	ALM	3	4	1						8	
統計	Statistics	4	4	4	3	4	3	2	2	26	26
その他	Others	4	4	2						10	10
										合計	225

※赤字の1は招待講演

Y.Shimizu　WASEDA Univ.

JARIP フォーラム

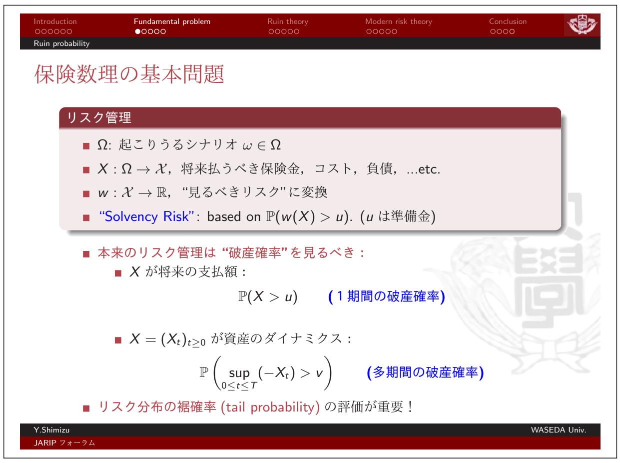
それでは、リスク理論はどれぐらい盛んに研究されているのかということですが、これは昨年、オーストリアのウィーンでIMEが開かれまして、3日間あるのですが、ここで大体225講演のうち、各分野でこれぐらいの講演数がありましたという表です。年金制度、損保、リスク理論とも書いてありますが、あとはファイナンスと統計という分野があって、各セッション名がここに書かれています。この学会は3日間でこれだけやるので、八つとか九つのパラレルセッションでダーッとやるので、ほとんど聞きたい講演が聞けないのですけれども、初めて、全部一生懸命数えてみました。先ほど挙げたリスク理論の分野ですと、Risk Measuresとか Risk models、ruin theory、再保険とか配当、このような分野の講演を集めると、大体225件のうち68件というようになっています。Optimal strategyという、この辺はちょっと微妙で、ファイナンスとの境界領域のような感じなので、Dependenceとかファイナンスとか、この辺はそれぞれファイナンスの方に入れても、リスク理論はこれくらいあるということです。

その中でも、破産理論に関わるところというのが、Risk modelsとかRuin theoryなのですけれども、この中だけで見ても結構な割合で講演が行われているということで、実務ではあまり日の目を見ませんが、アカデミックでは多くの研究者が参入している分野になっています。赤いのは招待講演で、後でまた言いますが、毎年のようにRuin theoryの招待講演が入っているという感じで、学会では盛んです。

最近、この破産理論がまたいろいろと注目されています。例えば、Gerber さんというのは保険数理では非常に有名な方ですけれども、この方と、Loisel さんという、日本ではあまり馴染みのない方かもしれませんが、業界では有名な先生で今度の ICA でも招待講演をされるのですけれども、彼らがベルギーの会議で発表したのが、「なぜ今、破産理論が実務家に重要なのか」というようなタイトルの論文です。これは、破産理論を使って Solvency Ⅱの SCR、Solvency Capital Requirement を評価しましょうと、そのような感じの論文です。破産理論はこれからもっと使ったほうがいいよという趣旨の論文です。

それから、Wuthrich さん、これはスイス ETH の先生で、ご本人もアクチュアリーですが、Ruin theory からソルベンシーへというような感じの論文ですね。これは最近出た、と言っても、書いていたのはもう 3 年ほど前の話ですけれども、いわゆる古典的なモデルを使っています。Lundberg モデルというのは後でまた紹介しますが、それを用いたソルベンシーの評価法というものを書いています。

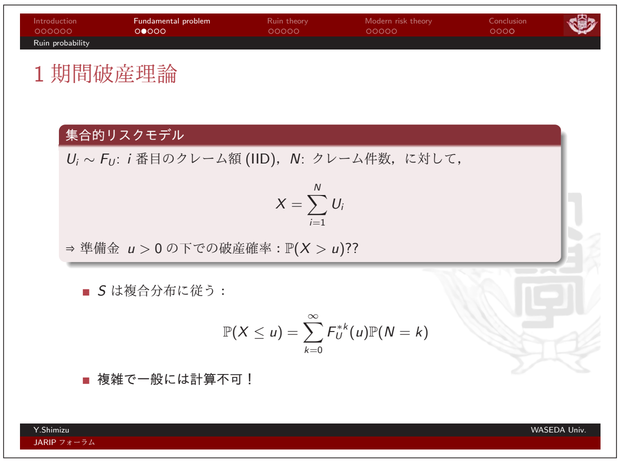
それから、先ほどの IME では、plenary talk といって、参加者全員が聴く招待講演がありますが、毎年のように、例えば 2013 年は Dickson さん、メルボルン大学の人です。14 年が Gerber さん。16 年は、ウォータールーの Landriault さん。それから 17 年、去年は、ちょっと長いので皆ファーストネームで Corina と呼んでいますが、この人が Ruin Probability に関する発表をしたという感じで、毎年破産理論の講演がなされています。このように破産理論は今でも学術的には非常に中心的な話題ですね。



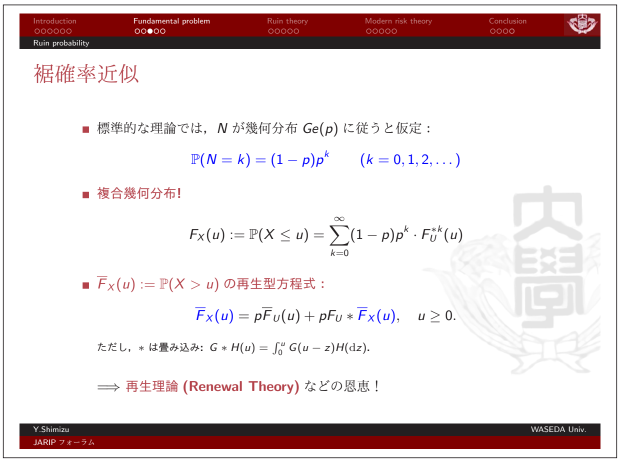
それで、破産理論で何をするかということですが、保険数理の非常に基本的な部分を基本的なモデルで評価するということが土台になっていて、例えば、リスク管理で何をやるかというと、何かシナリオを考えます。これを例えば、Ω と書きますが、このシナリオに対応してリスク X のようなものが決まります。これは保険金の支払額だったり、コストだったり、負債だったり、数学的には確率過程だったり、実数値の確率変数だったり、いろいろとあるわけですが、そいつを関数 w で、何かわれわれが評価したいものに変換して、例えば、$w(X)$ がリスク量だとします。そのリスク量がわれわれの準備したお金 u を超えてしまうような確率がどれぐらいですか、ということです。このようなものが、いわゆる破産確率というものです。

リスク管理というのはやはり破産確率を見るのが本来いいのではないかということを、多分、何年か前の JARIP の会長講演で楠岡先生もおっしゃっていたと記憶していますが、破産確率をどう評価しましょうかというと、1 期間で見るのだったら、例え

ば、Xが将来の支払額だとすると、Xが初期備金を超えてしまう確率ですので、このような $w(X)$ の分布のテイル（裾）の評価をするということになります。もしXが、何か確率過程のような、資産過程のようなものだったとすると、これが大きくなれば安全で、小さくなれば危ないというような場合には、$-X$の最大額のようなものを見ておいて、そいつがある一定額を超えてしまったら破産するというような定式化ができます。そうすると、やはりこのような確率変数の裾確率が重要だということになって、結局、保険数理ではあるリスクの裾確率を評価するというのが一番基本的な問題になります。そうすると、分布のテイルが軽いのか、重いのかといった議論になって、話が分かれていくということです。

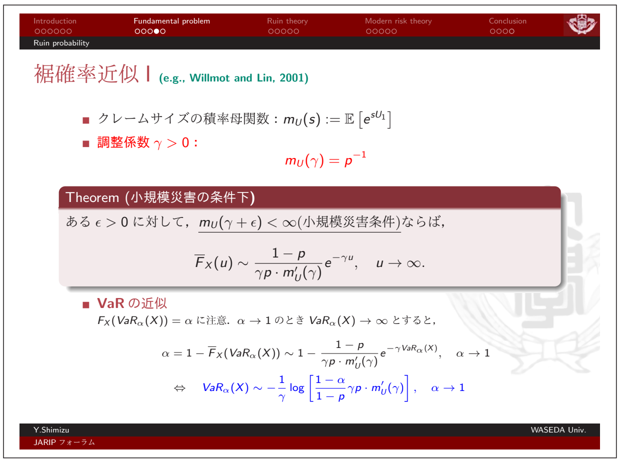


今日はあまり時間がないので、ちゃんと話せるかわかりませんが、ザザッといくと、1期間の破産確率、破産理論ということで、基本的によく使われるモデルというのが集合的リスクモデルというものです。クレームというのが分布FのIIDで起こります。それで、そのクレーム件数Nというのも確率変数ですというように仮定して、支払額、クレームの総額をXとして、U_iのN個の和と、このようなものを「複合リスク」と言いますが、そのようなリスクXを考えて、要はこいつの裾確率を出しましょうと。uという備金を持っていたら、Xがuを超える確率はいくらでしょう。このようなことがやりたいということです。こうすると、Nというのが確率変数なので、こいつの分布関数を求めようとすると、このようなコンボリューションを使った級数になって非常に複雑な分布になってしまうということで、一般には計算できません。

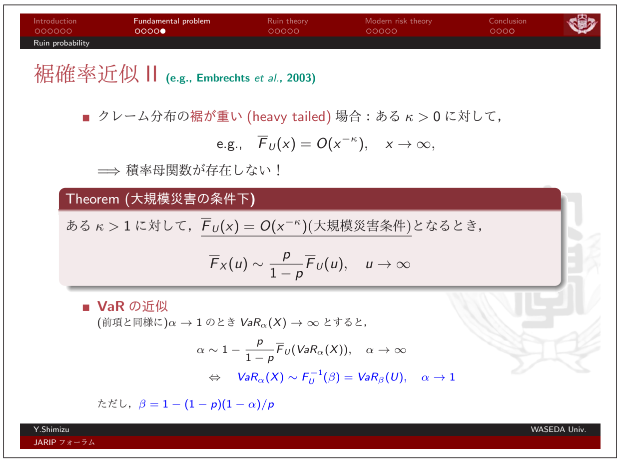


では、例えば、簡単な方法としてはどのような方法があるかというと、Nに対して幾何分布というものを仮定しましょうと。そうすると、さっきのXのような複合リスクの分布関数を評価しようとすると、複合幾何分布ならこのように書けるよということです。

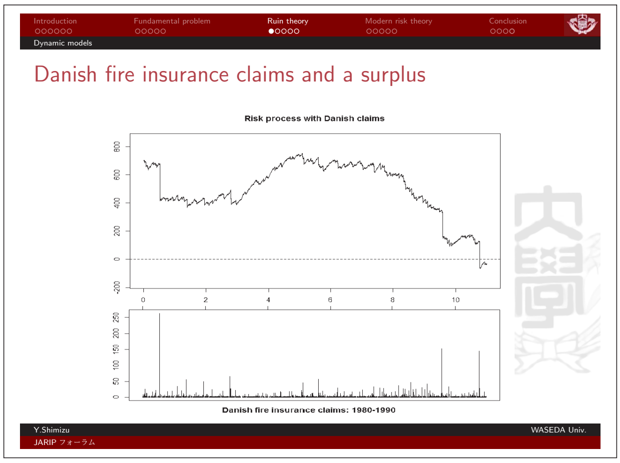
これをちょっと変形すると、分布のテイルについてこのような形の積分方程式が書けます。$*$（スター）というのはコンボリューションの意味です。畳み込みですね。この方程式は、いわゆる再生理論というところでよく出てくる方程式で「再生型方程式」といいますが、この理論を使うと、分布のテイルに関していろいろな結果が出てきます。



例えば、このような裾確率の近似法があります。クレームサイズの積率母関数というのを、m_U と書くことにしましょう。それで、$m_U(\gamma) = 1/p$、p 分の 1 の p は幾何分布のパラメータの p ですが、この等式を満たす γ というのを調整係数と呼んで、この γ を使うと、例えば、$\gamma + \varepsilon$ のようなオーダーの積率母関数がもし存在するならば、つまり指数オーダーのモーメントが存在するとすれば、裾確率というのは初期備金が大きいときにこのような近似ができますよという、これは Lundberg 近似とか Cramer 近似といわれる方法ですが、こういうのがあります。これは、いわゆる指数モーメントが存在するので、クレームの分布の裾が非常に軽い場合の話です。そのような場合にはこのような近似評価ができます。このようなものを理由とすれば、S に関するバリュー・アット・リスクを評価できますよということが下に書いてあります。これは後で資料を見てください。

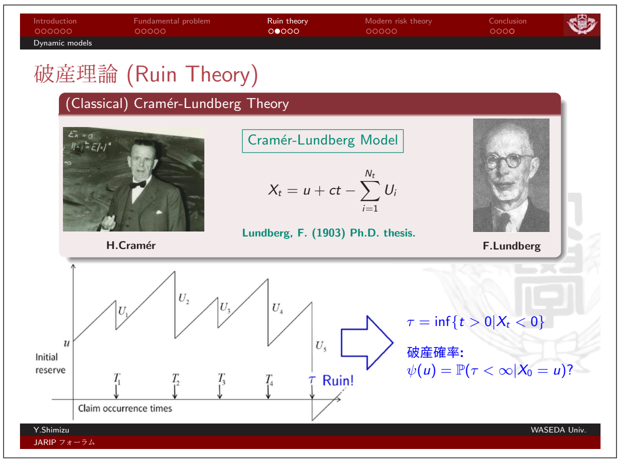


一方で、クレーム分布の裾が重い、指数モーメントが存在しないような場合はどうなるかということですが、例えば、クレームの分布の裾が多項式のオーダーで減衰するような場合には、積率母関数が存在しません。このような場合にはどうなるかいうと、これは「大規模災害の条件」と言われていて、このように評価できます。つまり、複合リスクを評価するには、一発のクレームの分布で評価できますというような、これは Embrechts や Mikosch らが書いた極値論の教科書に載っているのですが、そのような結果があります。このようなものを使って、先ほどのスライドと同様に、裾の重い場合のバリュー・アット・リスクの近似評価などが可能になります。この場合、複合リスクのバリュー・アット・リスクが、クレーム分布のバリュー・アット・リスクを使って近似できるという結果になっています。



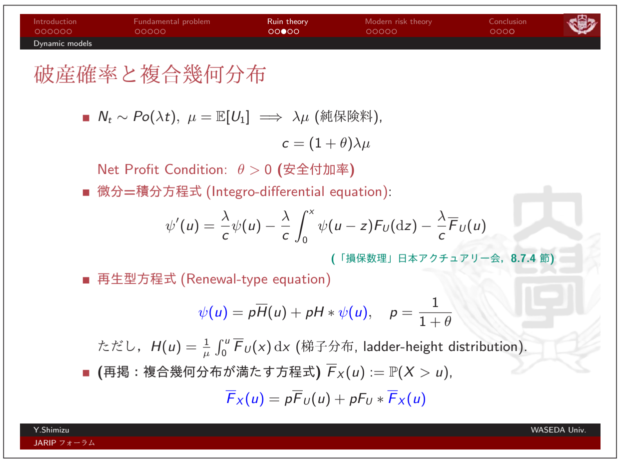
ただ、1 期間の場合はそうなのですが、多期間だとどうかというと、例えば、これは有名なデンマークの火災保険データで R にも装備されていますけれども、11 年間にわたって、たしか 80 年から 90 年にわたって、火災保険のクレームデータというものを調べています。時系列に沿っていくらのクレームがあったかというのをプロットしたものですね。このクレームに沿って、クレームとクレームの間は保険金が入ってきて資産が増えると仮定して、剰余金のプロセスのようなものを書いてみると、このような感じでジグザグジグザグして、大きいクレームがあるとドンと下がるという、このような図が書けます。

このようなものをモデル化するにはどうすればよいのかと考えて、先ほど言った Cramer さん、それから Lundberg さんという人が、この方はスウェーデンのアクチュアリーの人ですけれども、次のような破産理論というものを創始しました。

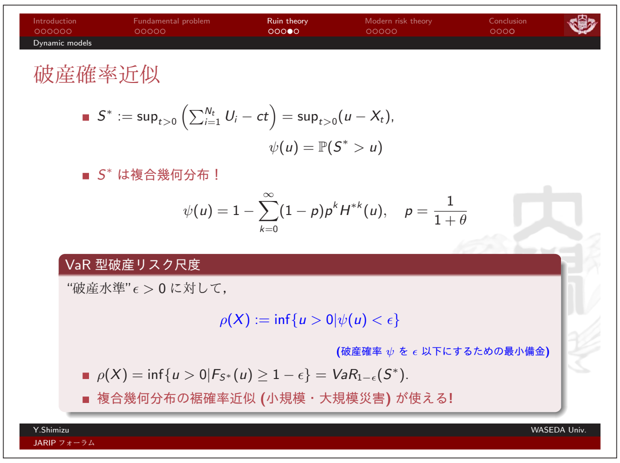


ここで使われているモデルというのは、X_t というのが時刻 t における資産、サープラスですね、その値だとすると、初期資産 u に対して時刻 t で保険料が ct 入ってきます。さらに、時刻 t までに N_t 回のクレームが起こって、それぞれのクレームサイズが U_i というようなモデルです。これはアクチュアリーの教科書にも出ている古典的なモデルですね。図を書くとこのような感じです。こいつが負になってしまうと、保険金が支払えなくなって破産する、という話です。

それで、知りたいのは、破産時刻を τ と書くと、τ がいつ起こるか、起こる確率はどれくらいかと、このようなものが基本的な問題になるわけですね。



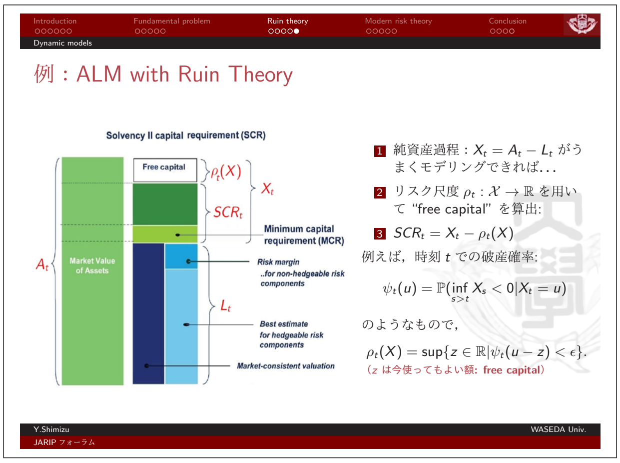
このときの破産確率の評価には、いろいろと複雑なことがあるのですが、まあアクチュアリー会の教科書をパッと見ると、これらのような式が書いてあります。ですから教科書レベルの話ではありますけれども、先ほどの破産確率というものを微分すると、このような微分と積分の混じった方程式が出てきます。これを解くのはなかなか数値的にも大変なので、もう少し変形して、例えば、この微分をなくします。両辺を積分してしまうと、先ほど出てきた、再生型のこのようなコンボリューションが入った積分方程式が出てきます。この形というのは先ほどの複合幾何分布と同じ形をしていますということで、実は、破産確率というのは複合幾何分布で書けるということが分かるわけです。



破産確率が複合幾何分布の裾だということであれば、ここの X に当たるのは何かというと、このモデルではこうなります。要するに、支出から収入を引いた、これはリスクですね。このリスクの最大値を S^* と書きます。そうすると、破産確率は S^* のテイル、裾確率に当たるという流れになります。つまり、この sup を取ったリスクの最大値というのは複合幾何分布に従うということで、破産確率の表現が導かれるということになります。

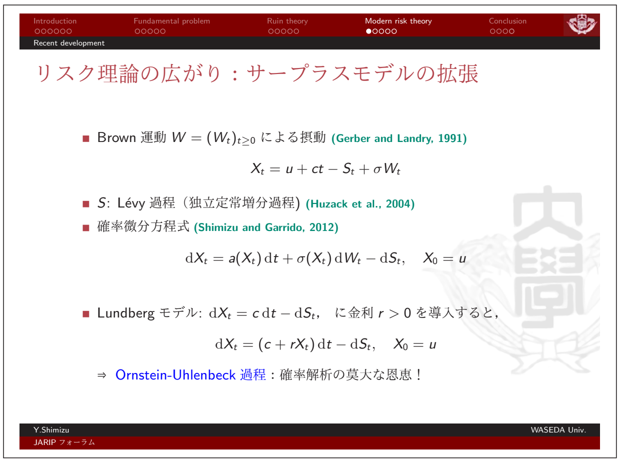
このようなものを使うと、例えば、バリュー・アット・リスク型の破産リスク尺度というようなものが考えられて、資産プロセス X に対するリスク量というのを、ある ε に対して破産確率が ε を超えないような最小の備金というように定めると、少し変形すると、こいつが S^* のテイルですから、こう書き直すと、これは S^* のバリュー・アット・リスク

になります。このようにすると、S^*に対して先ほどの小規模災害とか大規模災害の近似が使えることになって実務的にも計算や推定が可能になります。こうやって、1 期間から多期間へ話を進めることができます。

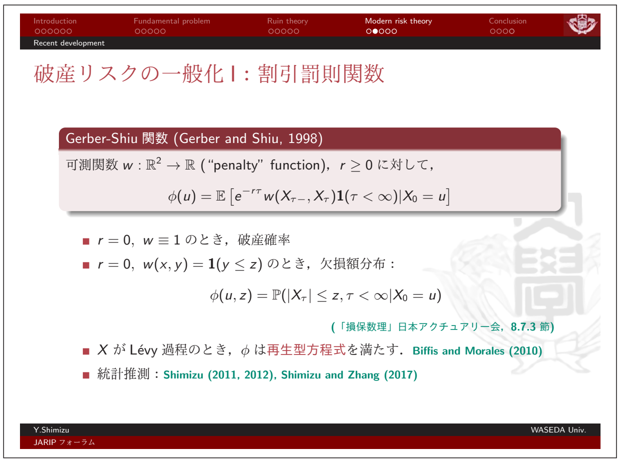


それから、先ほど、Gerber さんなどが Ruin Theory を用いてソルベンシーを考えなさいというようなことを言っているという話をしましたが、それは大雑把に言うとどのようなことかというと、例えば、バランスシートで、こちらに資産があります。こちらは負債です。それで、A_t から L_t を引いたものが純資産で、これを X_t とします。こいつがうまくモデリングできれば、何かリスク尺度をうまく持ってきて、今使っていい額、これだけ使っていいよという、free capital のようなものを評価できます。その free capital を除いたものを Solvency Capital Requirement（SCR）にしなさいよ。このような感じで決めることができるということです。

例えば、時刻 t 以降の破産確率を考えると、例えば、今、u 円持っていて、z 円使ってもまだ破産確率が ε 以下だと。このような z を探しなさい。それを free capital とすればいいですよというような感じです。こうやって応用しなさいということが言われています。

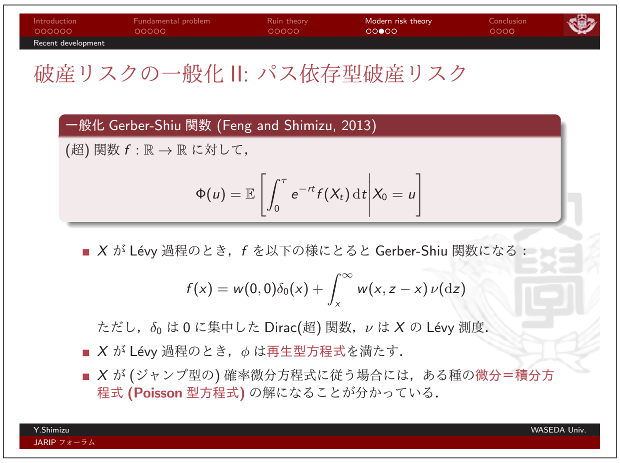


さて、このような破産理論ですけれども、今までのは古典的な話で、教科書のような話ですけれども、これが最近アカデミックではどのように発展しているかというと、例えば、資産のプロセスをもっとどんどん拡張していくという流れが来ています。例えばブラウン運動による摂動をいれると、実際のプロセスが Lundberg モデルから外れた時に、どんな影響が出るかを解析できますし、見方によっては、これは様々な不確実性をブラウン運動に押し込めたモデルとも言えます．そうなると、もっと一般の確率微分方程式でモデル化するという話も自然でして、例えば金利 r を考えますと、資産過程はこのような線形の確率微分方程式（Ornstein-Uhlenbeck 過程）になって、これは数学的にはよく性質が研究されています。このように、とにかくモデルを拡張するという方向性が一つの大きな流れ。もう一つは、破産確率というものをもっといろいろな尺度で見ましょう、いろいろなリスクを考えましょう、という流れです。

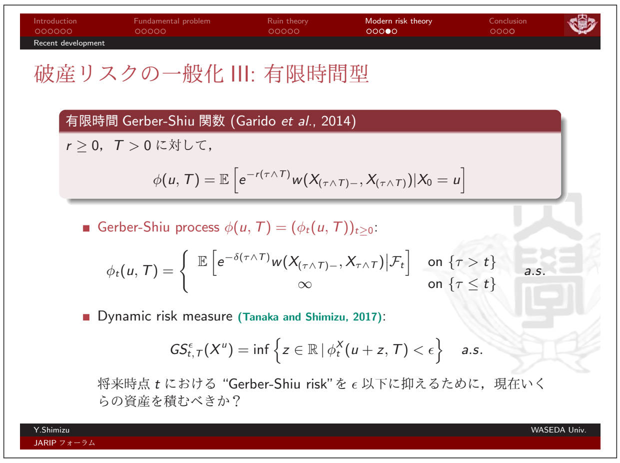


例えば、これは最近一時代をなした Gerber-Shiu 関数と言われるものですが、破産したときのサープラスの額、これは負になっているところですけれども、そのときの額と破産する直前の額とを合わせて、何かリスク量を計算して、そいつを破産時刻から現在を割り引いて期待値を取るというような、こうやって破産リスクを取り出す。期待割引罰則関数と言われていますが、このようなものが考えられたりしています。

例えば、この w というものをインディケーターに取ると、これはアクチュアリー会の教科書にも載っている、欠損額分布が出てくると、このような感じですね。それを拡張したバージョンです。この Gerber-Shiu 関数は破産確率の拡張ですから、やはり同様に再生型方程式を満たすことがしられており、しかもレヴィ過程というもっと広いクラスのサープラスモデルの下でそれが成り立ちます。また、これに関する統計推測の話は、最近我々がやっております。

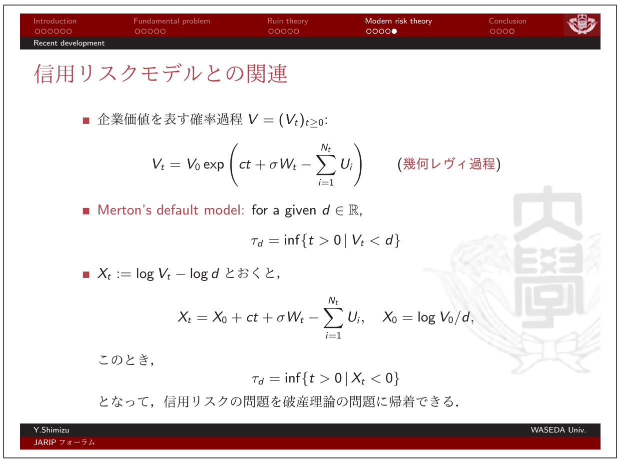


それから、これも我々が最近やったことで恐縮ですが、リスクをパスに依存するような量として考えましょうと。リスクは破産時とその直前だけで決まるわけでもないでしょうから、それまでの歴史に依存するという考え方は自然です。それらを破産時刻から割り引いて期待値を考える、我々は一般化 Gerber-Shiu 関数と呼んでいますが、このようなものも考えられたりします。だから、ここの f というのをちょっと特殊な関数に取ると、先ほどの Gerber-Shiu 関数になるということが分かっていて、こういう意味で一般化になっています。



それから、有限時間バージョンと言って、普通、破産確率というのは無限の時間を考えて破産する確率を調べますが、適当に T を固定して、T までに破産する確率と、それを拡張して T までの Gerber-Shiu 関数と、このようなものも議論されています。最近田中先生とやった仕事では、この有限時間

Gerber-Shiu 関数を用いた動的リスク尺度というものを提案して、ALM に活用できるような話を提案していますが、詳しいことはちょっと時間がないので飛ばしましょう。



後は、信用リスクモデルとの関連ということで、破産理論の話が使えますよという話です。信用リスク解析ではおおきく分けて構造モデルと縮約モデルという 2 つのアプローチがありますが、いわゆる Merton による構造モデルアプローチでは、企業価値を確率過程でモデリングしておいて、それが一定レベルを下回るときデフォルトと定義されます。このようなデフォルト・モデルでは、デフォルトは突然起こるという経験的なところから、下側にジャンプするモデルがよく用いられていて、実証研究でもそのようなモデルの当てはまりがいいことが知られています。すると、代表的なモデルは指数の肩に、先ほどの拡散摂動モデルを載せたような、いわゆる幾何レヴィ過程が一般的です。このデフォルト時刻を少しへんけいしてやりますと、破産理論における破産時刻とぴったり同じ形になるわけで、ここからは破産理論がそのまま応用できるわけですね。このように、現代のファイナンス理論も、実は古典的な保険数理の枠組みで話をすることができます。

ということで、最後は結びに代えてということですが、今話をしたような内容を、実は本にしました。割と数学チックに書きましたので、測度論的確率論の基礎から破産理論の話まで、バーッと一気に書いています。ただ、出版社の都合などで、これはいつ出るか、ちょっとまだよくわかりません。もう書き上がったのですが、もし出ましたら、見ていただければ幸いです。

最後に、学術論文投稿への道ということで、どのような手順で論文を書くかということですけれども、最初にテーマやトピックを選定しないといけません。何か興味のあることを選んだら、その周りでどのような論文が出ているというサーベイが当然必要ですね。田中先生もおっしゃっていましたが、ここは一番時間をかけて、いろいろと調べたほうがいいでしょうということです。ここを調べながら、どのようなことがはやっているかとか、学術的な方向

性とか、そのようなことが分かりますので、研究の方針というものを決定しましょう。これをやると決まって、これくらいなら大体できるというような直感があると、いろいろなことを実験したり、計算したり、証明したりというのは、意外と短い時間で済んだりします。もちろん、数学の難しいことをやっていると、ここはなかなか証明できずに大変だったりしますが、割とシンプルなことを考えていれば、大体できるという直感があると、この辺は1カ月ぐらいで終わったりしますので、サーベイをきっちりとしたほうがいいと思います。

ここで、証明や計算結果などをまだ完全に検証する前に、論文は書き始めてしまったほうがいいと僕は思っています。というのは、証明したり計算したりというのを原稿に起こすと、細かい間違いや論理の破綻などが非常によくわかるので、まだ完全に出来上がる前に執筆し始めるのがいいと思っています。

その後は、もちろん論文ができる前に、プライオリティを確保するという意味で、国際学会とか、そのような学術会議で発表するのが望ましいでしょう。このようなところへ行って、誰かが興味を持ってくれると「論文はないのか？」と必ず言われますから、この段階では、ある程度この後少し手を加えれば論文ができますというぐらいにはしておくのがいいかなと思います。

その後は、論文ができればどこへ投稿するかということになりますが、これは結構難しいです。雑誌の特色、雑誌の方針もありますし、レベルもありますし、物によっては非常に査読期間の長い雑誌もあるしということで、これはあまりよくないですけれども編集委員にだれが入っているか（笑）、ということも考えながら選ぶのがいいと思います。自分の分野に近い人や知り合いが入っていれば門前払いをされることはないでしょうとか、実際にはいろいろと考えたりします。

雑誌に投稿する前に論文を公開することもできます。例えば、社会科学系の論文だとSSRNというものがあって、これはソーシャル・リサーチ・ネットワーク、ソーシャル・サイエンスかな。というところとか、あとは、数学系だとarXiveというサイトがあって、ここには自分の責任で論文を出して、だれでも見られるようにすることができます。修正も何度でもできます。このようなサイトを利用しておくと、例えば、雑誌によっては、arXiveにもし論文を載せていたら、そのURLを送ることで投稿を代用できる雑誌もありますから、ここに掲載していると数学界にはだいぶ広く認知されます。

学術誌へ投稿すると、査読期間が平均して3カ月から6カ月、ひどいと1年とか、時には3年ぐらい返ってこないようなものもたまにありますけれども、平均するとこのようなものかと思います。こちらが査読をやると、最近は厳しいので2週間で査読結果を返せと言ってくるところもありますが、通常は大体これくらいかかります。採択されるまでに1年ぐらいはかかるでしょう。その後、出版を待ってつかえている論文などもあって、1年半とか2年ぐらいたってようやく出るという感じなので、皆さんが、例えばある雑誌で2017年という論文を見ると、それは大体2015年とか14年ぐらいに議論されていた論文だという認識で読んだほうがいいです。学会ではもっともっと、そのときにはもう進んでいるという感じですから。

もう時間が過ぎましたが、最後に、投稿するのだったら保険数理だとこのような雑誌がありますよというのをまとめておきましたので、よかったら後で見てください。いろいろな特色があって、例えば、先ほどの IME という雑誌がありますが、これは割と、保険数理の研究者が最初に投稿しようかなと考えるような雑誌です。Scandinavian Actuarial Journal というのは、これは何でも載せてくれるというような感じですね。ASTIN Bulletin、これは皆さんもよくご存じだと思いますが、損保系のものとか、North American Actuarial Journal、この辺は割と最近の実務的な論文が多いですね。昔は理論系のものもたくさん載っていて、先の Gerber-Shiu 関数も最初に発表されたのはこの雑誌です。ですけれども、最近は理論だと門前払いですね。それから、最近できたのが、European Actuarial Journal というものがあったり、昔、統計雑誌で Statistics & Decisions というものがあったのですが、これが最近、ファイナンスと保険の雑誌に変わりました。

あとは一般的な確率・統計関連の雑誌にも、保険数理のトピックで載せてくれます。AAP（Annals of Aplied Probability）とか、SPA（Stochastic Processes and their Applications）とか、このようなものがありますというところで、おしまいにしたいと思います。ご清聴どうもありがとうございました。