

Parisian ruin における破産確率のノンパラメトリック推定

本田 亜望* 清水 泰隆†

2017 年 11 月 3 日

概要

従来の破産理論では保険会社の資産が負になったときに保険会社の破産と定義しているが, Parisian ruin では保険会社の資産が負になり, さらに決められた期間資産が負であり続けた場合を破産とする. 現実の保険会社は資産が負になってもある期間は営業を続けるため, Parisian ruin は従来の破産条件と比べより現実に近い破産条件と言えるであろう. 本論文では Parisian ruin の条件下でノンパラメトリックな破産確率の推定を行い, Laguerre polynomials を用いて構成した推定量のある種の L^2 誤差に対する収束オーダーを評価する.

キーワード: 破産確率, Parisian ruin, Cramér-Lundberg モデル, Laguerre polynomials

1 序論

1.1 古典的破産理論と破産時刻

保険数理の主要な分野である破産理論では, 保険会社の資産を確率過程を用いてモデル化することにより, 保険会社が破産する確率を評価する. 古典的破産理論では, 累積の保険金支払額を複合ポアソン過程で表現することにより以下の様なモデルを考える.

$$X_t = x + ct - \sum_{i=1}^{N_t} U_i, \quad t \geq 0. \quad (1)$$

ここで, $x \geq 0$ は保険会社の初期資産を表す定数, $c > 0$ は保険料率を表す定数, $N = (N_t)_{t \geq 0}$ は強度 λ の Poisson 過程とし, 時刻 t までに発生したクレームの累積件数を表すものとする. $U_i (i = 1, 2, \dots)$ は i 番目の保険金支払額 (クレーム) を表し, 分布 F_U に従う IID 確率変数列とする. このような資産過程は破産理論において Cramér-Lundberg モデルと呼ばれ, 破産理論において最も基本的なモデルとして用いられている. 各 $x \geq 0$ に対して, $X = (X_t)_{t \geq 0}$ で表される資産過程の破産時刻を

$$\tau = \inf\{t > 0 | X_t < 0\}$$

と定めると, 破産確率 ϕ は次のように定義される.

$$\phi(x) = \mathbb{P}(\tau < \infty | X_0 = x). \quad (2)$$

破産時刻は, 資産過程が負となる最初の時刻であり, 古典的破産理論では資産過程が負になるときを保険会社の破産と定義している. 破産確率 ϕ が満たす基本的な定理を紹介する.

* 早稲田大学 基幹理工学研究科 数学応用数理専攻 修士課程

† 早稲田大学 理工学術院 応用数学科, E-mail: shimizu@waseda.jp