

保険会社の存続問題 2

西岡 國雄* 中島 禎志† 佐藤 定夫‡

概要

$\{S(t)\}$ を正の飛躍のみを持つ複合 Poisson 過程 (共通分布は F) とする. 加法過程 $\{X(t)\}$,

$$X(t) = x + \kappa_0 t - S(t), \quad \kappa_0 > 0, x \geq 0,$$

が, “負領域へ到達する最小時刻” を T_0 と置くと, 保険会社の存続を論ずる Lundberg model では, これが破産時刻となる. 我々は, 共通分布 F が “デルタ測度の線形結合” であるとき, 破産時刻 T_0 と破産額 (overshoot) $X(T_0)$ の同時分布

$$(*) \quad v(x, \alpha, \beta) \equiv \mathbf{E}_x[e^{-\alpha T_0 + i\beta X(T_0)}], \quad x \geq 0, \alpha \geq 0, \beta \in \mathbb{R}^1.$$

の具体型を得た. これを利用して, 次が導出された:

- (i) 任意の F に対する $v(x, \alpha, \beta)$ に関して, 任意精度の近似解の具体型.
- (ii) F が “有限な台” を持つ場合, 破産時刻 $v(x, \alpha, 0) = \mathbf{E}_x[e^{-\alpha T_0}]$ に関しては, 真の解を上下から挟む近似解の具体型. さらに, その近似幅は任意にとれる.
- (iii) F が単一のデルタ測度である場合, Gerber-Shiu 関数 $\mathbf{E}_x[e^{-\alpha T_0} g(X(T_0-), X(T_0))]$ の具体型.
- (iv) F が単一のデルタ測度である場合, 破産時刻の条件付き平均 $\mathbf{E}_x[T_0 | T_0 < \infty]$, overshoot の条件付き平均 $\mathbf{E}_x[X(T_0) | T_0 < \infty]$, 両者の相関係数のシミュレーション.

さらに, (*) を得る手法は一般性があり, F が “実数を径数とするガンマ分布” や “truncated 指数分布” などの場合にも, 厳密解 $v(x, \alpha, \beta)$ が得られることを示した.

キーワード: Lundberg model, Wiener-Hopf method, Ito の公式, 破産時刻/overshoot の同時分布の具体型, 破産時刻と overshoot の相関係数, Gerber-Shiu 関数

目次

1	保険会社の存続問題	2
2	Ito の公式と Feller の補題	3
3	δ 分布の線形結合	5
4	任意の共通分布に対する近似定理	6
5	特別な共通分布 F に対する同時分布	9
6	破産時刻/overshoot の条件付き平均とシミュレーション	10

* 中央大学商学部 E-mail: nishioka@tamacc.chuo-u.ac.jp

† 東京電機大学理工学部 E-mail: nakajima-t@mx2.ttcn.ne.jp

‡ 東京電機大学理工学部 E-mail: sato@u.dendai.ac.jp