

Wang 変換による保険料算出原理と Hermite 多項式

近藤宏樹 (日新火災海上保険株式会社)

齋藤新悟 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)

1 はじめに

当研究成果は、著者らが日新火災海上保険株式会社と九州大学との共同研究に携わる中で谷口説男氏 (九州大学大学院数理学研究院) と共同で得たものである。

保険商品の保険料は、将来の保険金支払の原資にあたる純保険料と保険会社の経費等に対応する付加保険料からなり、純保険料は将来の保険金の期待値として算出されるのが一般的である。これは、多数の保険契約を考えると、平均的な保険金支出は大数の法則により期待値と同程度になると考えられており、また期待値からの超過分は付加保険料に織り込まれる予定利潤や保険金の期待値をやや高めに推定することである程度吸収されるためである。

一方で、将来の保険金の確率的な変動の大きさを保険料に反映させるという考え方もできる。保険金の従う確率分布から保険料を算出する方法を保険料算出原理と呼び、様々な性質を持つ保険料算出原理が提案されてきている。本稿では、このうち Wang 変換を用いた保険料算出原理について考察する。

Wang 変換を用いた保険料算出原理を実際を使用するためには、分布関数の移動量を表すパラメータ h を予め設定しておく必要があるが、パラメータの設定方法は明らかではない。そこで、パラメータ h に関する保険料の挙動を調べることが本稿の主目的である。

以下、第 2 節で Wang 変換を用いた保険料算出原理を概観した後、第 3 節で数値例を交えた保険料の計算を行う。ここでの数値例で、実際の保険料算出に用いるためにはパラメータ h をごく小さく設定することが適切であると推察されることから、第 4 節では保険料の h に関する Maclaurin 展開について考察する。結果として、Maclaurin 展開の係数が古典的な直交多項式である Hermite 多項式を用いて簡潔に表せることを示す。

2 Wang 変換による保険料算出原理

2.1 保険料算出原理

保険料算出原理 (premium calculation principle) とは、保険契約に対して想定される将来の保険金に応じた保険料を算出する規則を指す。将来の保険金は確率変数で表されると考えられるため、次のように定義する：

定義 2.1 確率変数からなる集合 \mathcal{X} から実数全体の集合 \mathbb{R} への写像 $\pi: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ を保険料算出原理という。

注意 2.2 π の定義域 \mathcal{X} は、 $\pi(X) \in \mathbb{R}$ ($X \in \mathcal{X}$) が定義できるように適当に定めるものとする。

例 2.3 確率変数 X に対してその期待値を対応させる： $\pi(X) = E[X]$ 。これを期待値原理 (expectation principle) という。