

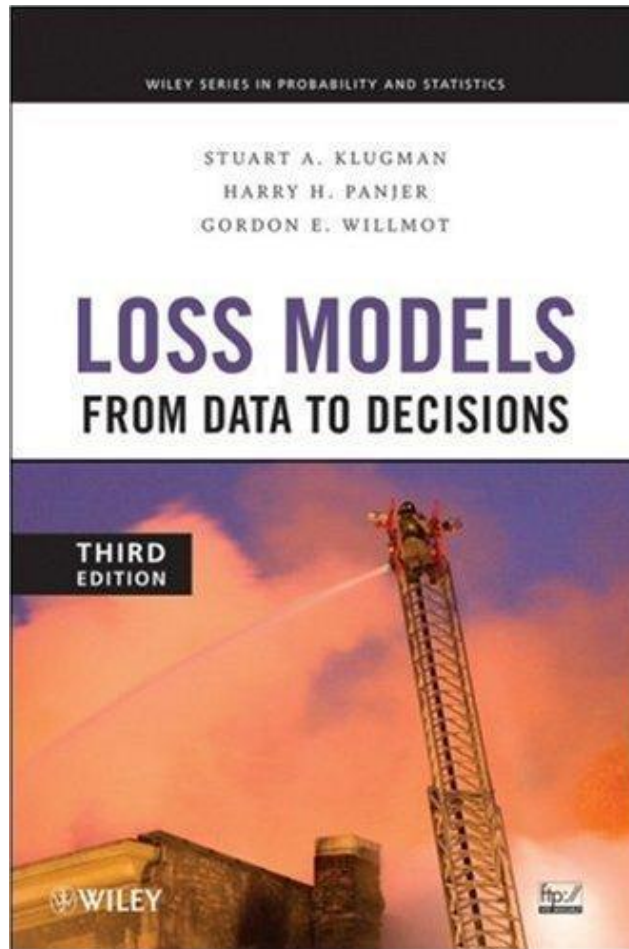
An aerial photograph of the University of Waterloo campus, showing the main building complex with a prominent red-roofed tower, surrounded by green lawns and parking areas. In the background, the Niagara River flows through a deep gorge, with a large waterfall cascading over a rocky ledge. The city of Waterloo is visible in the distance under a clear sky.

# University of Waterloo

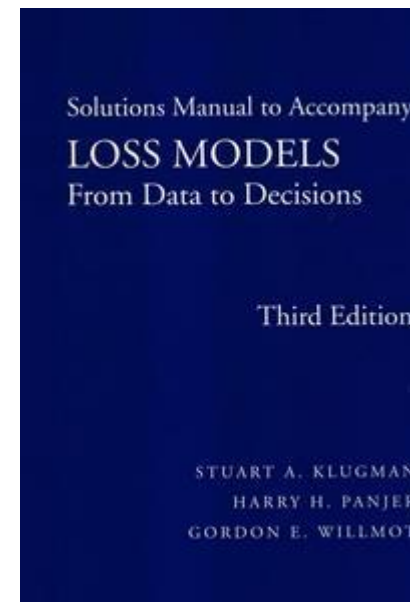
## ～産学共同の実践～

藤澤陽介

JARIP 2010年度 第3回研究会



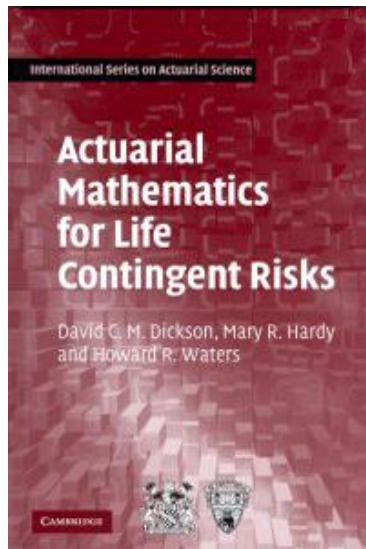
『統計データの数理モデルへの適用』  
日本アクチュアリー会  
損保数理ロスモデル研究会 訳  
鈴木雪夫 東京大学名誉教授 監修



# 『投資型商品における最低保証給付の数理』

日本アクチュアリー会

変額年金保険等の最低保証リスクに係る研究WG 記



平成21年度 第6回例会ーアクチュアリーが本を出版することについてー

”Dickson, Hardy, Watersの本がなぜ今日必要となったのでしょうか”（山内恒人）

# 目次

- ウォータールー大学
  - 人物紹介
  - アクチュアリー・プログラムの変遷
  - 留学中のプログラム
- Actuarial Research Conference
  - 企業年金の長寿リスクの定量化
- Last but not least...
  - Professional Masters Degree
  - Center of Actuarial Excellence

# 人物介紹

## A Short History of the Actuarial Science Program

University of Waterloo



Compiled by Robert L. Brown

# Rob Brown



- カナダアクチュアリー会の会長(1990-91)
- 米国アクチュアリー会の会長(2000-01)
- 国際アクチュアリー会
  - Chairman of the Social Security Committee
  - Executive Committee

*"But, my academic credential was a BMath only. I had no graduate degrees whatsoever. The promotion to Full Professor was one that I believe would have occurred at only a small number of universities around the world. I truly appreciated the University of Waterloo at that moment."*

# Harry Panjer



- カナダアクチュアリー会の会長(1997-98)
- 米国アクチュアリー会の会長(2002-03)
- 国際アクチュアリー会
  - Chairman of the ASTIN
  - Executive Committee



*"Harry Panjer gave strong leadership to the international team - including participants from all the leading associations in actuarial education - that developed the final syllabus for the Global CERA." (CIAのeBulletin)*

# Harry Panjer



***"Waterloo was magical place to work."***



# Phelim Boyle



- Options: A Monte Carlo Approach (1977)
- IAFE/SunGard Financial Engineer of the Year

*"Rob asked us to write about what we like about Waterloo.  
This is easy: the people."*

*"Summer parties at Harry Panjer's farm in Elora and talking with colleagues and friends."*

*"Sitting in the sauna at Rob and Andrea Brown's cottage."*

*"Going in a van to the ARC conferences with the gradate students and our Mexican students' exemplary patience with the US border delays."*

*"Meeting Mary Hardy for the first time in September 2005 in the University Club at an actuarial function."*

# Mary Hardy



- FIA(1988), FSA(2003), CERA(2007)
- Board of Governors for SOA (2004)
- 英国アクチュアリーから見ると,
  - ウォータールーはPanjerの再帰式で有名
  - Rob BrownがSCOR prizeを獲得
  - Shaun Wangがライジングスターとして広く認識される
  - 英国アクチュアリーは、ファイナンスから目を背けていたの  
で、Phelim Boyleのことは、あまり知らなかった
- Editor to North American Actuarial Journal
- A frequent speaker at meetings of SOA and CIA

# Actuarial Students' National Association



The Actuarial Students  
National Association  
2010 Convention

City of Quebec  
from January 8 to 10

- Theme : Diversity
- Largest actuarial career fair!
- Invitees : CAS, SOA and CIA presidents
- Hotel : Château Laurier
- Early-Birds registration starting October 26, 2009 (discounts!)
- Registration at regular price after November 27, 2009
- Limited places! For more information, visit:  
[www.anea-asna.ca](http://www.anea-asna.ca)

21<sup>st</sup> Anniversary

- 各大学のアクチュアリークラブが持回りで運営
- 2010年はケベックシティ
- スポンサー：
  - マニユライフ、ロンドンライフ、タワーズペリン、マーサー...
  - CIA、SOA、CAS
  - Laval大学
- セミナー
- キャリアフェア
- Waterloo (2007)

# Mary Hardy



- Educating the 21st Century Actuary
- アクチュアリーは何を学んできたのか？
  - SOA試験の変遷(1954年のシラバス～)
  - 変化のモチベーション
    - 新たな商品(変額年金やハイブリッド年金)の登場
    - コンピュータの高度化
    - 規制の複雑化
    - モーリスレビューや "press criticism of pensions methodology" 等の "More oversight of actuarial practice"
  - 重要なトレンド
    - Deterministic to Stochastic
    - Diversifiable to non-diversifiable risk

# Mary Hardy



- 明日のアクチュアリーは何を学ぶべきか？
  - 金融経済学、金融工学
  - MCMCを含む高度なシミュレーション技法
  - ファイナンスと確率とLife contingenciesの融合
- 学ぶ必要がないものは？
  - イールドカーブを用いない単一割引率
  - アクチュアリー記号
  - 信頼性理論
  - 年金数理にあるような"Fiddy deterministic model"

# Mary Hardy



- 例示

- 確定給付は積立不足
- 確定拠出へのシフト
- 老後に不十分な確定拠出年金
- 実務アクチュアリー
  - 米国年金アクチュアリーは、割引率が一定であるという仮定の下、将来の年金キャッシュフローの現在価値を計算する手法は学んでいる
  - "Now, actuaries are asked to incorporate a yield curve."
  - つまり、単一割引率ではなく、期間に応じて異なる割引率を用いて、現在価値を計算すること
  - The AAA refused, "too complex"

# A Short History of the Actuarial Science Program

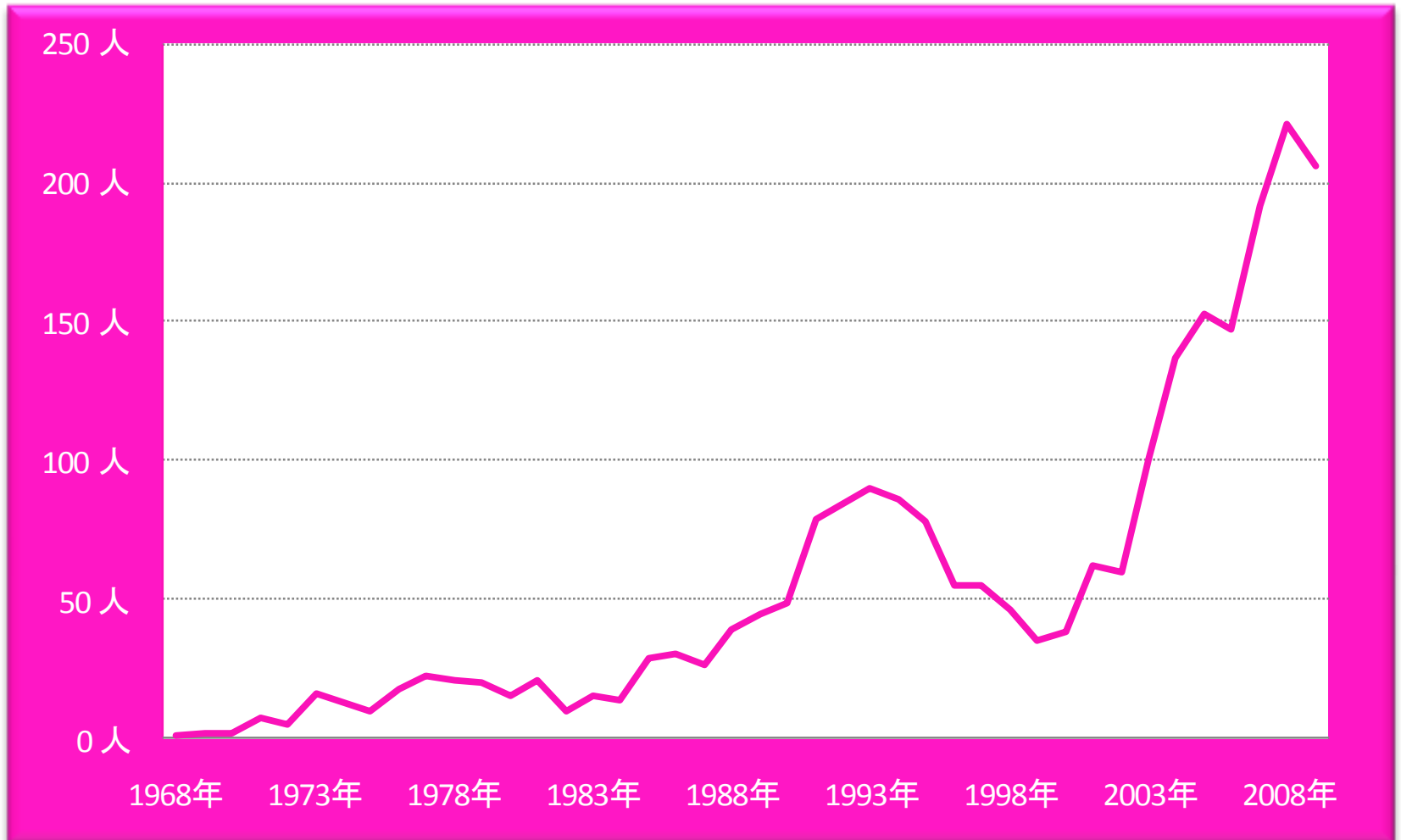
University of Waterloo



Compiled by Robert L. Brown

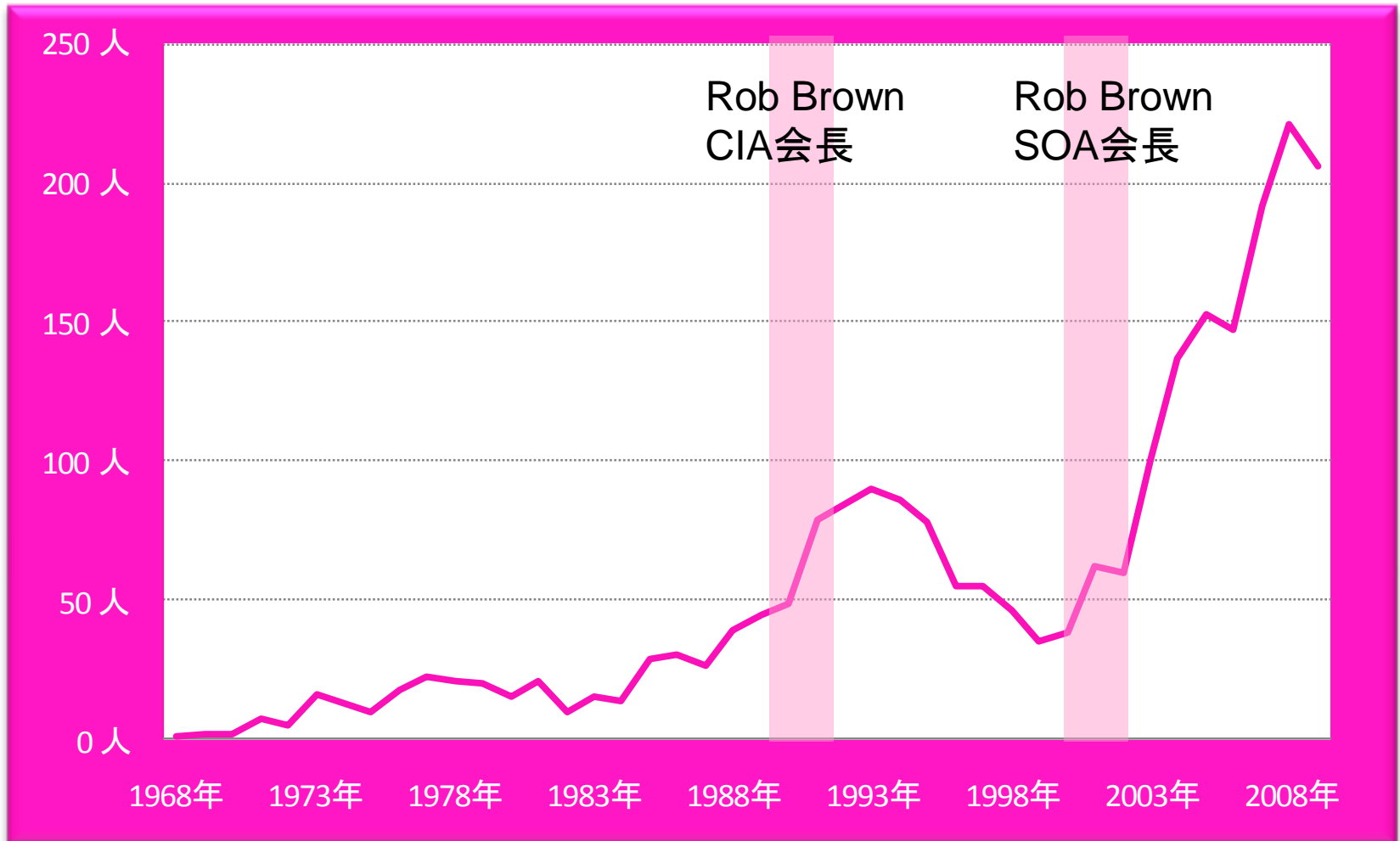
プ  
ロ  
グ  
ラ  
ム  
の  
変  
遷

# 卒業生数の推移



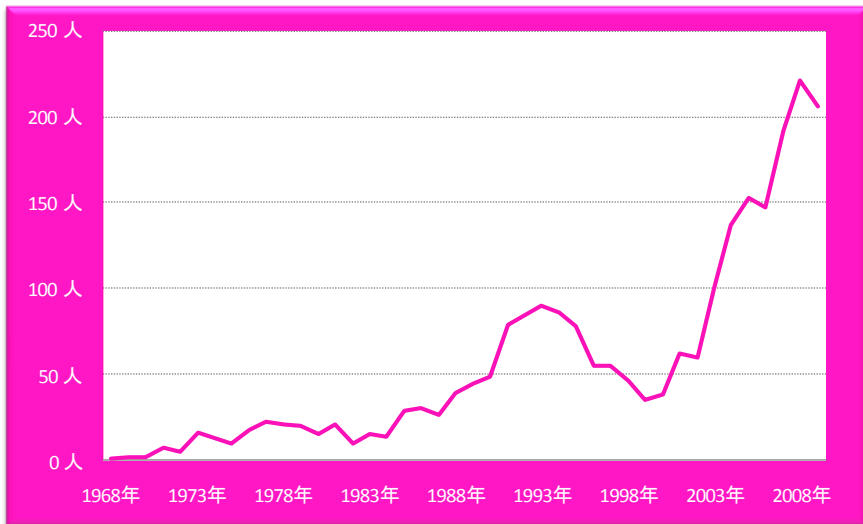


# 卒業生数の推移



# 生い立ち(～1964年)

- "At first, Ralph Stanton had been unconvinced about Co-operative education in Arts until the spring of 1962 when three insurance companies with head offices in Waterloo approached President Hagey with a novel ideas."
- アクチュアリー数学が最適
- 29の保険会社とコンピュータ関連会社が参加表明



Math 235: Actuarial Mathematics

Math 335: Finite Differences

Math 336: Life Contingencies

Math 436: Life Contingencies II

Math 437: Graduation and Mortality

# Co-opプログラム

- 世界最大級のCo-opプログラム
  - 1回につき、3か月企業で働く
  - 大学での講義とCo-opを交互に行うケースが多い
  - 大学卒業生は、5～6社のCo-op経験を持つ
  - 就職面談で、Co-op経験をアピール
  - 履歴書の書き方
  - インタビュースキル
  - ネットワーキング
  - 1年間に6000を超える企業が45000人と面談

# Co-op参加企業（2008年）

- アクチュアリー関連企業

- Accenture
- Actuarial Solutions Inc.
- Bank of Canada
- Capital One
- Canada Pension Plan Investment Board
- CIGNA
- Deloitte
- Eckler Ltd.
- Ernst & Young
- Goldman Sachs
- Hewitt Associates
- JP Morgan
- KPMG LLP
- London Life Insurance Company
- Manulife Financial
- Mercer
- Morgan Stanley
- Ontario Teachers Pension Plan
- Price Waterhouse Coopers
- Sun Life Financial
- Transamerica Reinsurance
- Towers Perrin
- Watson Wyatt

# 1976-77

Stat 273: Mathematics of Finance

Stat 284: Introduction to Life Contingencies

Stat 373: Finite Differences

Stat 374: Life Contingencies-Single Life Function

Stat 383: Topics in Actuarial Mathematics

Stat 384: Life Contingencies-Multiple Life Functions

Stat 474: Advanced Topics in Actuarial Mathematics

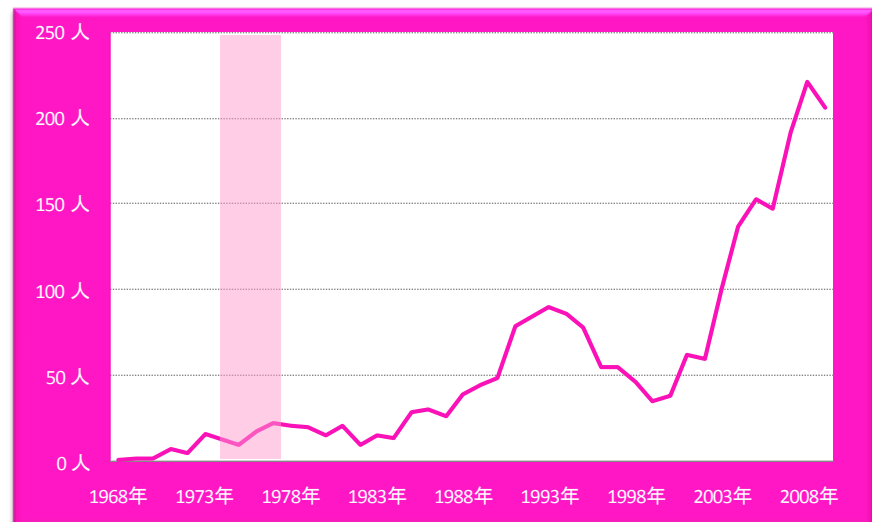
Stat 475: Construction of Life Tables

Stat 476: Introduction to Demographic Statistics

Stat 480: Life Insurance Systems

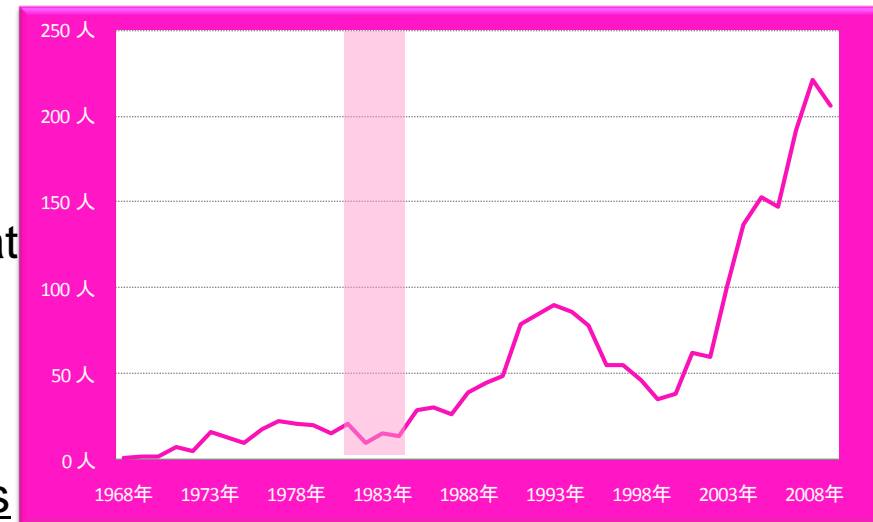
Stat 485: Risk Theory

Stat 486: Graduation of Life Tables



# 1982-83

- Actsc 231: Mathematics of Finance
- Actsc 232: Introduction to Life Contingencies
- Actsc 331: Life Contingencies-Single Lives
- Actsc 332: Life Contingencies-Multiple Lives
- Actsc 337: Finite Differences
- Actsc 338: Graduation of Life Tables
- Actsc 431/432: Risk Theory1/2
- Actsc 433: Construction of Life Tables
- Actsc 435: Introduction to Demographic Statistics
- Actsc 451/452: Selection of Risks 1/2
- Actsc 453: Basic Pension Mathematics
- Actsc 454: Pension Funding
- Actsc 455: Analysis of Financial Statements
- Actsc 456: Taxation of Life Insurance
- Actsc 458: Insurance Law
- Actsc 463: Topics in Casualty Insurance



# 2008-09 (学部生向け)

Actsc 231: Mathematics of Finance

Actsc 232: Introduction to Actuarial Mathematics

Actsc 291: Mathematical Managerial Finance 1

Actsc 331: Life Contingencies 1

Actsc 363: Introduction to Casualty Insurance

Actsc 371/372: Corporate Finance 1/2

Actsc 391: Mathematical Managerial Finance 2

Actsc 431/432: Loss Models 1/2

Actsc 433: Analysis of Survival Data

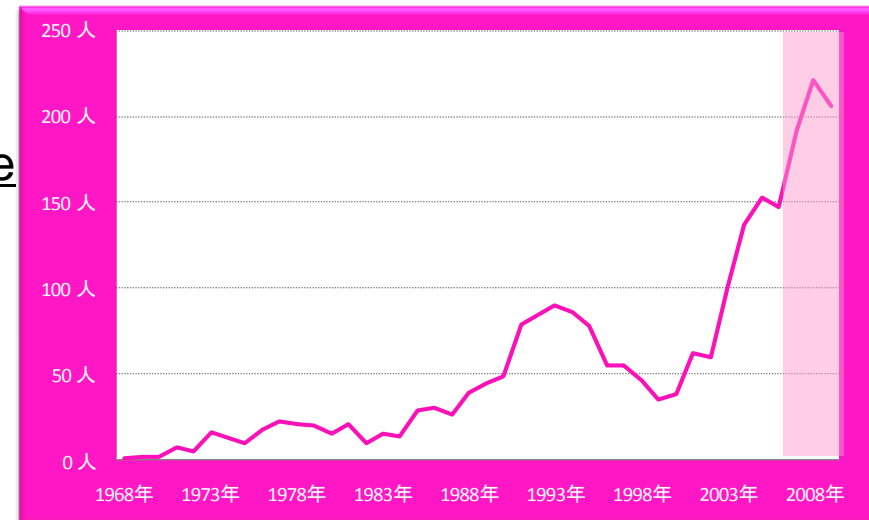
Actsc 445: Asset-Liability Management

Actsc 446: Mathematical Models in Finance

Actsc 453: Basic Pension Mathematics

Actsc 462: Casualty Insurance

Actsc 471: Advanced Corporate Finance



# 2008-09 (院生向け)

**Actsc 831/832: Loss Models 1/2**

**Actsc 833: Analysis of Survival Data**

**Actsc 845: Asset Liability Management**

**Actsc 846: Mathematical Models in Finance**

**Actsc 853: Basic Pension Mathematics**

**Actsc 855: Advanced Life Insurance Practice**

Actsc 862: Casualty Insurance

Actsc 936: Longitudinal Data Analysis

Actsc 961: Loss Reserving

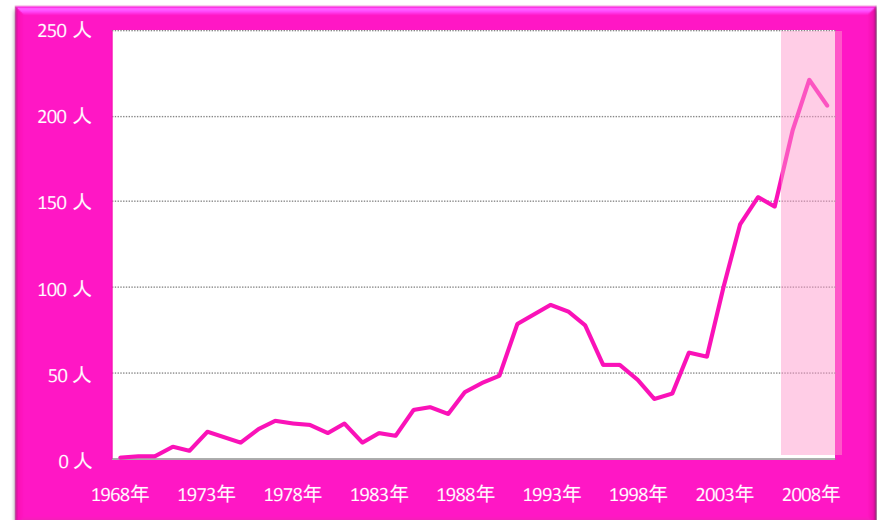
Actsc 963: Ruin and Queuing Theory

Actsc 966: Aggregate Claims Models

**Actsc 970/971/972: Finance 1/2/3**

**Actsc 973: Portfolio Optimization**

**Actsc 991: Topics in Actuarial Science**





# 年金数理の基礎



- 引退とは何か？年金とは何か？
- Corporate Pension Decision Making
- 確定給付と確定拠出
- 確定給付の積立方式
- Rob Brown: "The future of pensions in Ontario"
- 数理計算報告書
- "Pension Actuary's Guide to Financial Economics" (SOA, 2006)
- "The DB underpin hybrid pension plan: fair valuation and funding" (Mary Hardy他, 2009)

# カナダの企業年金



- The Ontario Expert Commission on Pensions (2006-2008)
  - 財務省がオンタリオの確定給付の実施状況を調査する目的で設立した委員会
  - RobはDirector of Research
  - "A Fine Balance: Safe Pensions, Affordable Plans, Fair Rules" (2008)
  - ゲストスピーカー(年金アクチュアリー、組合、財務省、弁護士、統計コンサルタント)が説明
  - 授業が開かれている途中で、積立上限の緩和を含むA Fine Balanceの要望事項が法令に反映

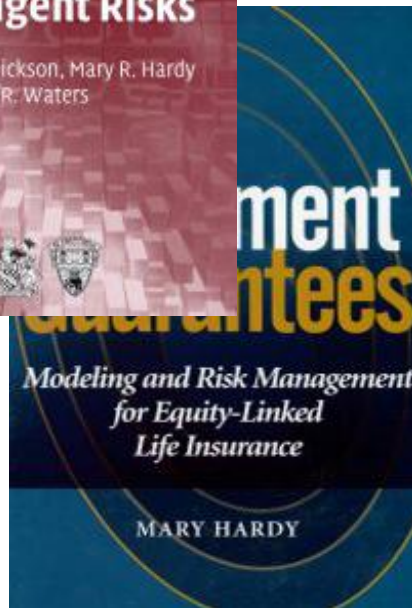
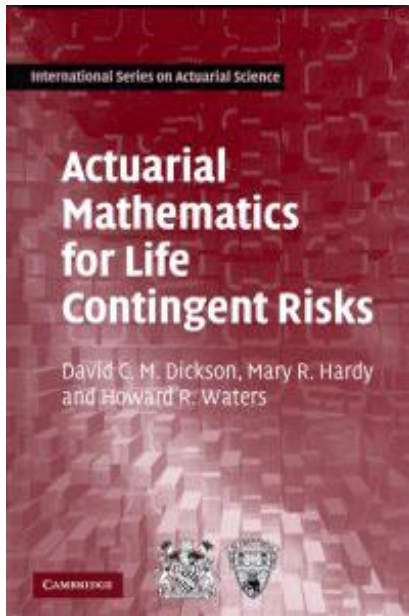
# ファイナンス

- Mathematical Models in Finance:
  - ルベーク積分を学ぶ前にBlack Scholes
- ALM:
  - 債券の金利感応度分析
  - 金利モデル、VaRとTVaR(理論+シミュレーション)
- Finance1:
  - 金融経済学の理論と実務
- Finance2:
  - Exotic optionsと金利モデル
- Finance3:
  - Robust Portfolio Optimization
- Portfolio Optimization:
  - 制約条件付きの最適化

# 生保数理の実務

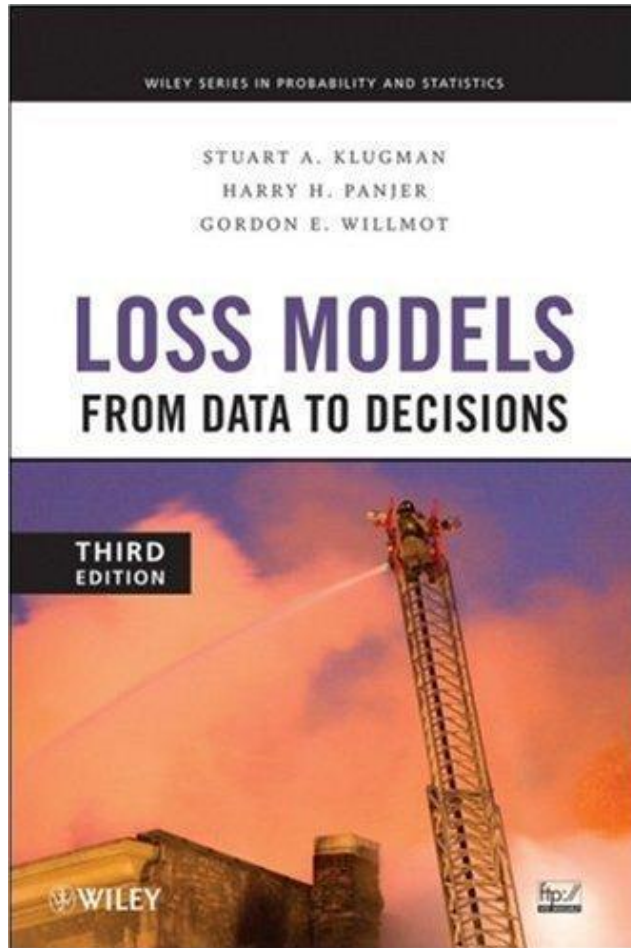


Mary Hardyが2010年に新設



"A Regime-Switching Model of Long-Term Stock Returns" (2001)

# ロスモデル



- VaRとTVaR
- 集合的リスクモデル
- Panjerの再帰式
- 危険理論の基礎
- 信頼性理論
- ベイズ推定
- ...

# サバイバルデータの分析



- Kaplan-Meier, Nelson Aalen,...
- 長寿リスクと長寿デリバティブ
- 100%リサーチオプション:
  - "A Two-Factor Model for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty: Theory and Calibration" (Cairns他, 2006)
  - "Preliminary Views on Amendments to IAS 19 Employee Benefits" (IASB, 2008)
  - 死亡率モデルを用いて企業年金の長寿リスクを定量化





# IFRS Convergence: The Role of Stochastic Mortality Models in the Disclosure of Longevity Risk for Defined Benefit Plans

Yosuke Fujisawa  
(joint-work with Johnny Li)

Dept. of Statistics & Actuarial Science  
University of Waterloo



# Actuarial Research Conference

- 開催の目的：
  - 研究者と実務家が、アクチュアリーに関連する問題とその解決策について、議論する場を提供する事
- スポンサー：
  - SOA、CIA、AAA、CAS...
  - American Family Insurance, Aon, Milliman...
  - UW-Madison Actuary Club
  - St John's University
- 100名を超す参加者：
  - 約20%が実務アクチュアリー
  - 約10%がUniversity of Waterloo

# 発表内容

- はじめに
  - International Accounting Standards Board
  - 年金会計の動向
- 死亡率のモデリング
  - 日本とカナダの死亡率
  - 死亡率モデルとシミュレーション
- 長寿リスクの開示
  - 開示のガイダンス
  - ケーススタディ

# International Accounting Standards Board

- 設立目的
- International Financial Reporting Standards (IFRS)
  - アドプション・コンバージェンスの状況
  - EU、カナダ、日本、米国
- “Preliminary Views on Amendments to IAS 19 Employee Benefits” (IASB, 2008)
  - 論点整理に対するコメント
  - 死亡率を含む感応度分析の必要性
  - 多国籍企業への感応度分析の適用の難しさ
  - 実行可能な長寿リスクの測定手法

# データと死亡率モデル

- 日本とカナダの死亡率

- 直近の死亡率

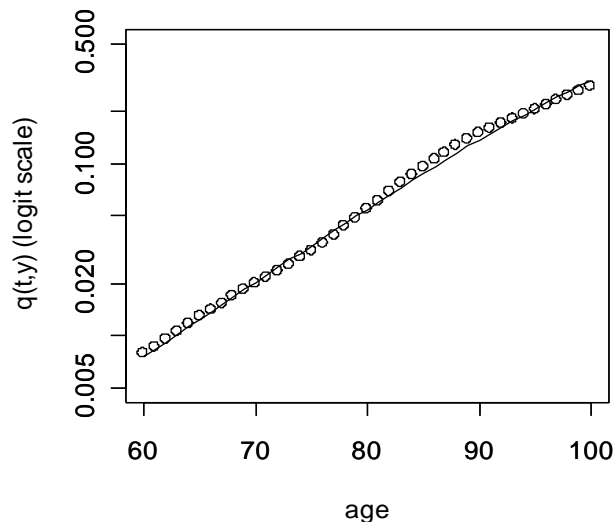
- 確定給付企業年金(19回生命表基準)
    - RP-2000 for Canada

+                   ヒストリカルデータ  
(Human Mortality Database)

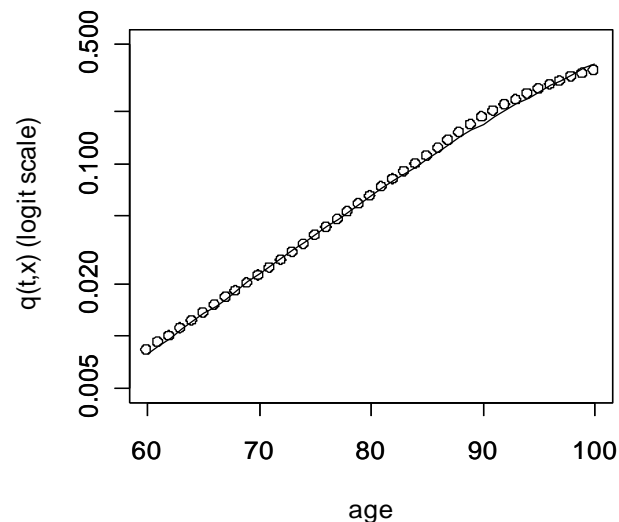
- BCDモデル(Blake, Cairns, Dowd, 2006)

$$q(t, x) = \frac{e^{A_1(t) + A_2(t)x}}{1 + e^{A_1(t) + A_2(t)x}} \quad \Rightarrow \quad \log \frac{q(t, x)}{1 - q(t, x)} = A_1(t) + A_2(t)x$$

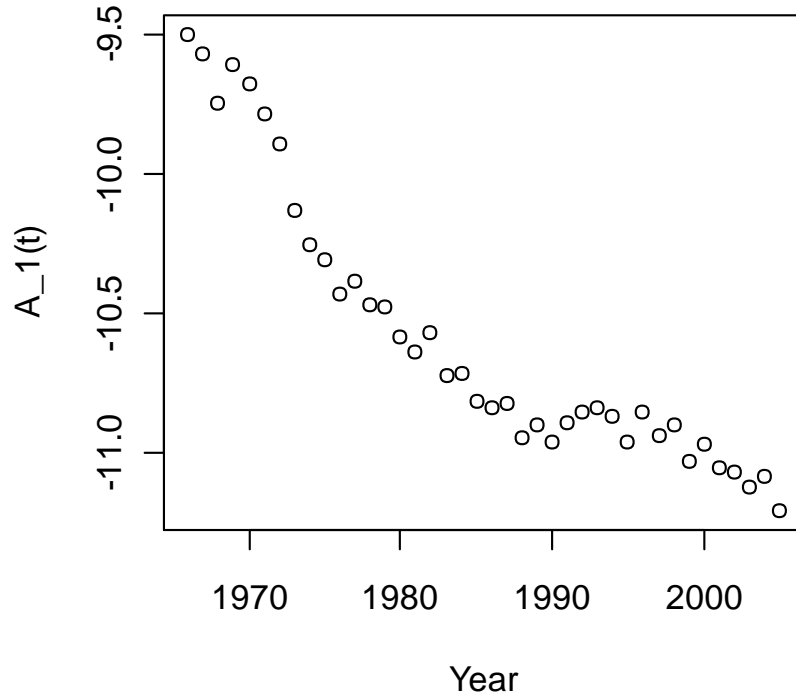
19th pension mortality in Japan



RP-2000 mortality rates



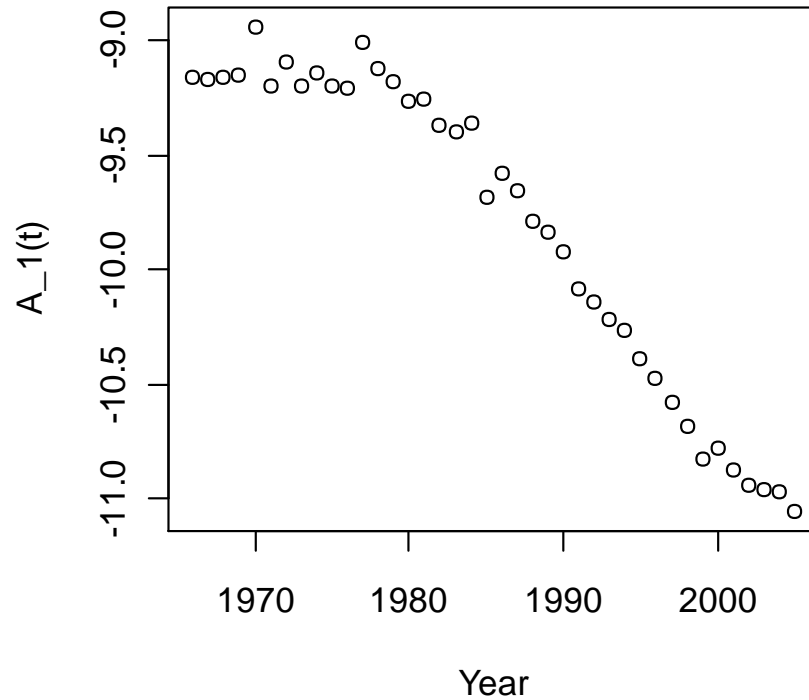
**Japan (Year 1966-2005)**



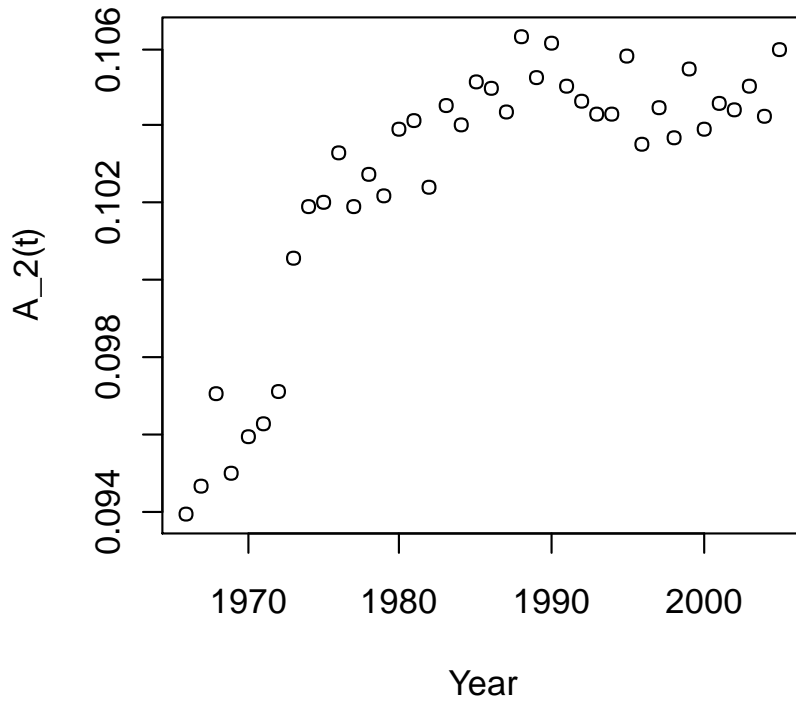
BCDモデル(再掲):

$$q(t, x) = \frac{e^{A_1(t)+A_2(t)x}}{1 + e^{A_1(t)+A_2(t)x}}$$

**Canada (Year 1966-2005)**



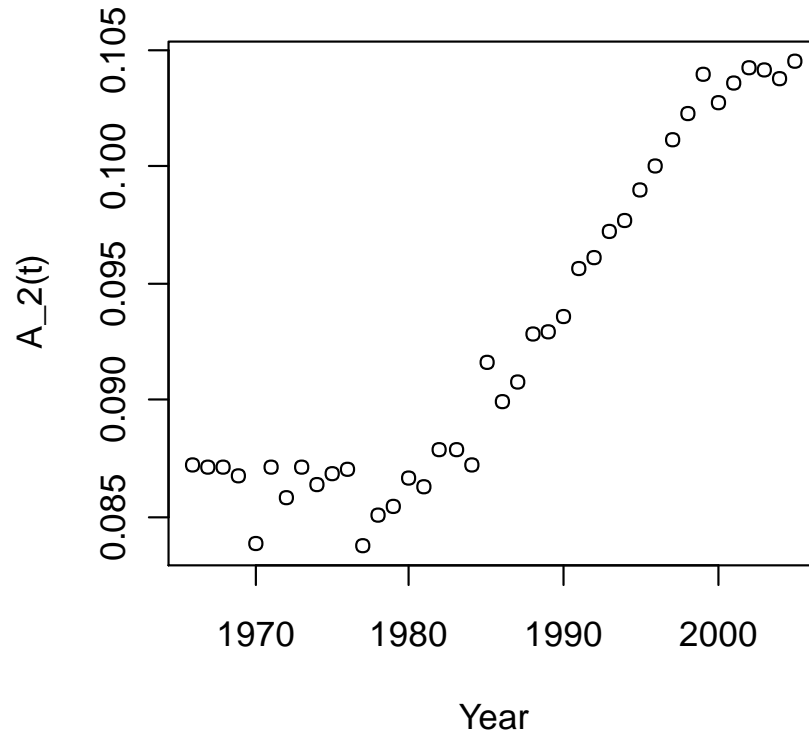
**Japan (Year 1966-2005)**



BCDモデル(再掲):

$$q(t, x) = \frac{e^{A_1(t)+A_2(t)x}}{1 + e^{A_1(t)+A_2(t)x}}$$

**Canada (Year 1966-2005)**



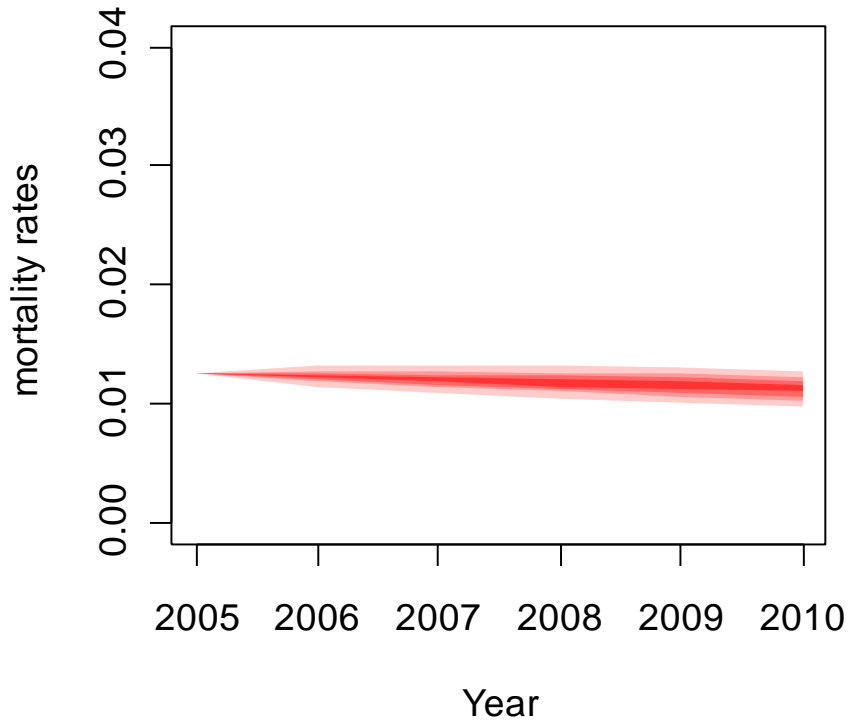
# 死亡率のシミュレーション

$$A(t+1) = A(t) + \mu + CZ(t+1)$$

- $A(t)$  は2次元ベクトル
- $Z(t)$  は2次元ランダムウォーク
- $\mu$  は  $A(t)$  のトレンドを示す2次元ベクトル
- $C$  は  $A(t)$  のバラツキを示す  $2 \times 2$  行列
- $\mu$  と  $C$  は  $D(t) = A(t+1) - A(t)$  の最尤推定量
- 但し、 $A(t)$  のサンプル数は多くないので、パラメータの不確実性を加味すべく、マルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) を行う

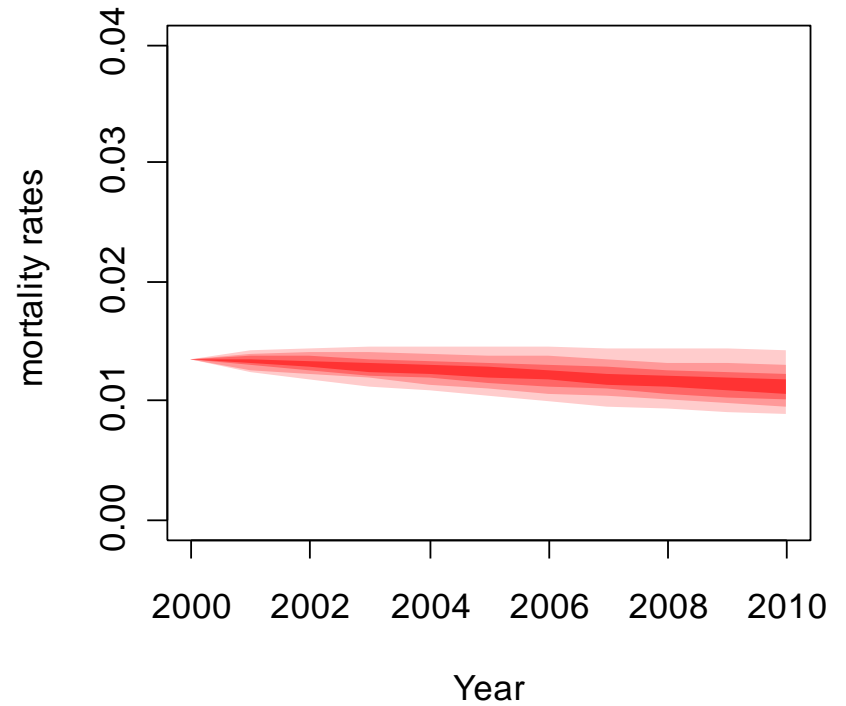
# Fan Charts

age 65



日本の死亡率

age 65



カナダの死亡率



# 長寿リスク開示のガイダンス

- 長寿リスク
  - 死亡率が減少すると年金債務は増加
  - そのリスクを長寿リスクと定義
- 原則主義の会計基準とJ-SOX
- 発生確率を加味した重要性基準

	長寿リスクの額 大	長寿リスクの額 小
長寿リスクの発生確率 大	貸借対照表	注記
長寿リスクの発生確率 小	注記	開示しない

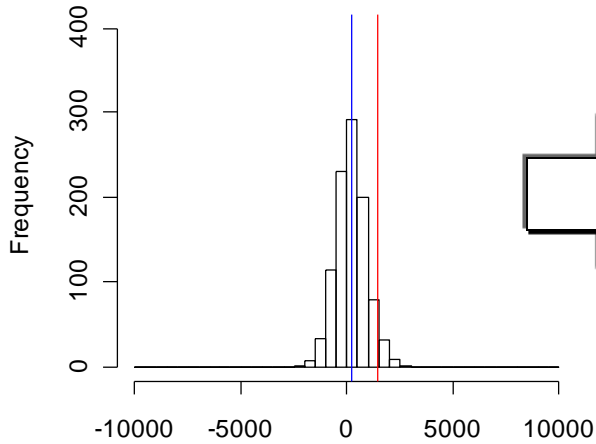
- 3つの手法を提案：
  - Longevity VaR (長寿VaR)
  - Probability of Longevity Deficit (長寿による積立不足の発生確率)
  - Probabilistic Corridor Rule (確率的回廊ルール)

# ケーススタディ

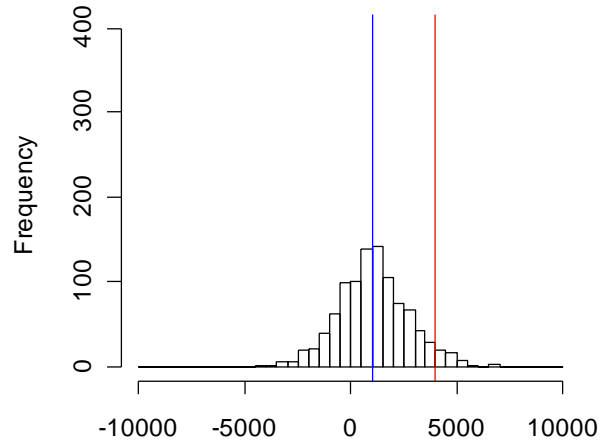
- 日本企業：
  - 日本に閉鎖型年金を持つ企業を想定
  - 年金者数3000人
  - 年金者の分布は、日本全体の人口分布と相似形
  - 年1回期初払いの終身年金
  - DB死亡率(19回生命表基準)を使用
- 多国籍企業：
  - 日本とカナダに閉鎖型年金を持つ企業を想定
  - 日本の制度は上記と同様の前提
  - カナダの年金者数は1000人
  - カナダ全体の人口分布と相似形
  - カナダの企業年金はRP-2000を使用

# 長寿VaR

Domestic company (Year 2006)



Domestic company (Year 2010)



Loss distribution:

$$Y(t) = PV(t) - PV(2005)$$

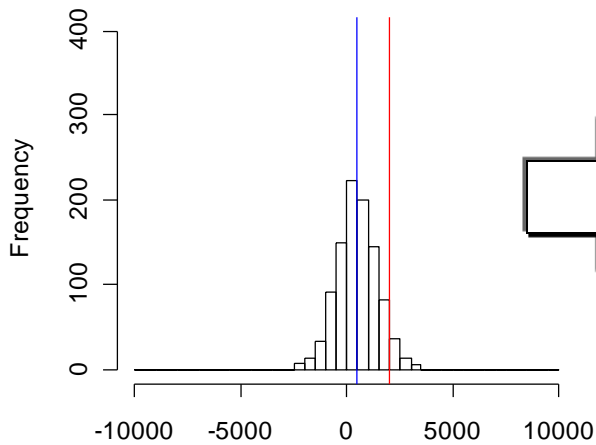
— VaR<sub>95%</sub>[Y(t)]

— median

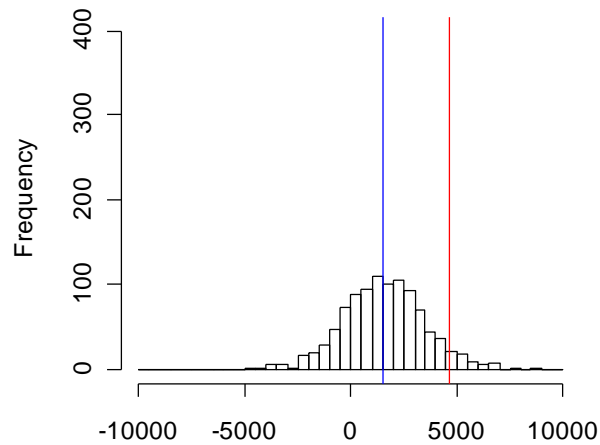
Difference between PVs

Difference between PVs

Multinational company (Year 2006)



Multinational company (Year 2010)

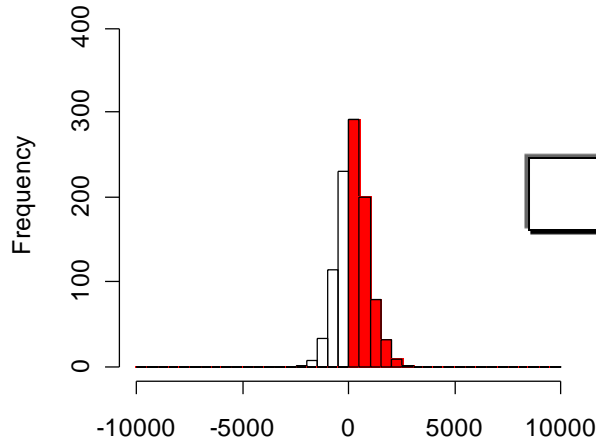


Difference between PVs

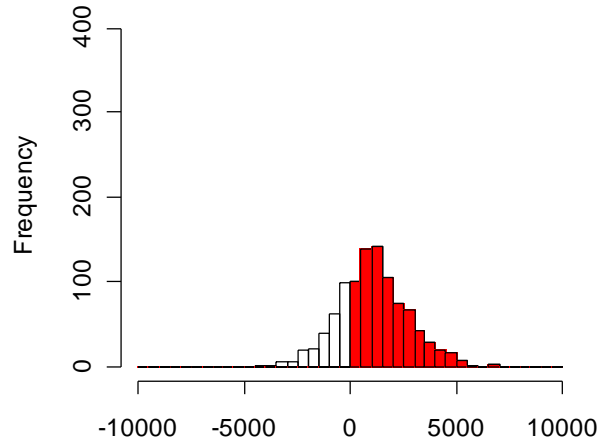
Difference between PVs

# Probability of Longevity Deficit

Domestic company (Year 2006)



Domestic company (Year 2010)



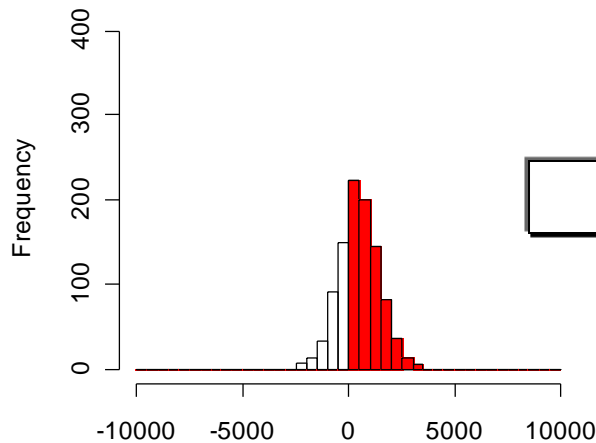
Loss distribution:

$$Y(t) = PV(t) - PV(2005)$$

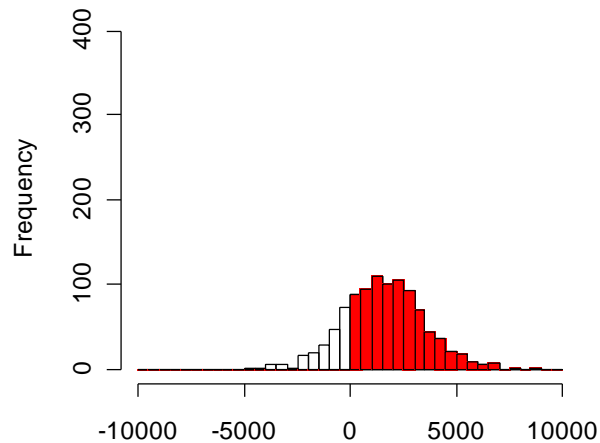
Difference between PVs

Difference between PVs

Multinational company (Year 2006)



Multinational company (Year 2010)



Difference between PVs

Difference between PVs

# IAS19の回廊ルール

- 回廊ルール
  - 基礎率に関する実際と予定の差異による年金資産・年金負債のズレを遅延認識する仕組み
  - 回廊 =  $\text{Max}(\text{年金資産}, \text{年金負債}) \times 10\%$
- IASBは回廊ルールの廃止を提案
  - IASBは、2009年1月のIASB会議で、即時認識を仮決定
  - 2009年4月、世界の資本市場の8割を占めるEU、米国、日本の業界団体が反対意見を表明
- 確率的回廊ルール

## 回廊ルール

$$\text{Threshold} = \frac{\text{数理計算上の差異}}{\text{Max}(\text{年金資産}, \text{年金債務})}$$

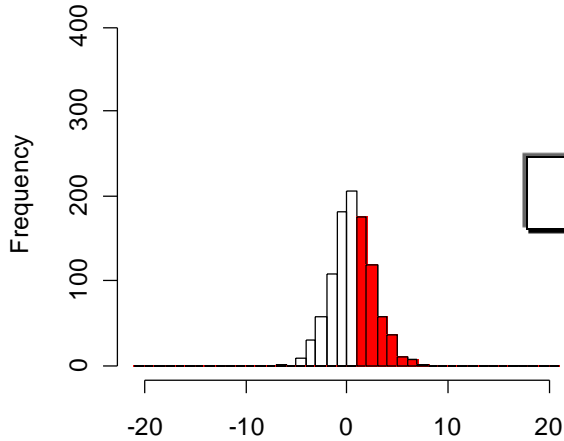
(10%)

## 確率的回廊ルール

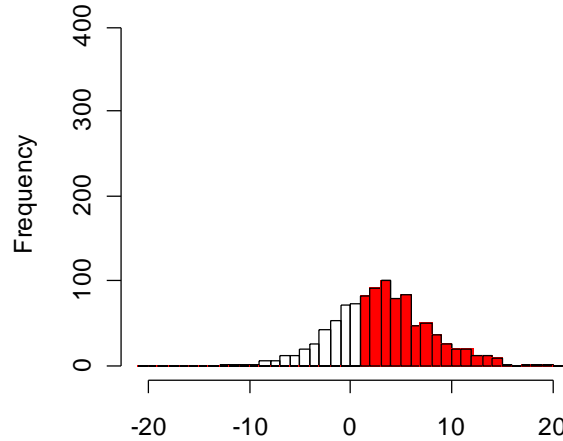
$$\text{Threshold} = \Pr \left( \frac{\text{数理計算上の差異}}{\text{Max}(\text{年金資産}, \text{年金債務})} > 1\% \right)$$

# 確率的回廊ルール

Domestic company (Year 2006)



Domestic company (Year 2010)



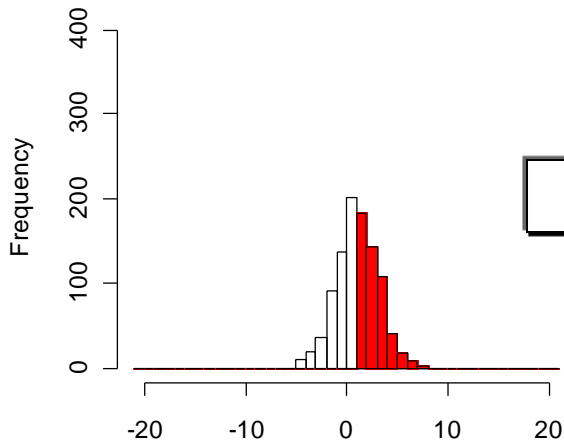
Relative loss distribution:

$$Z(t) = \frac{PV(t) - PV(2005)}{PV(2005)}$$

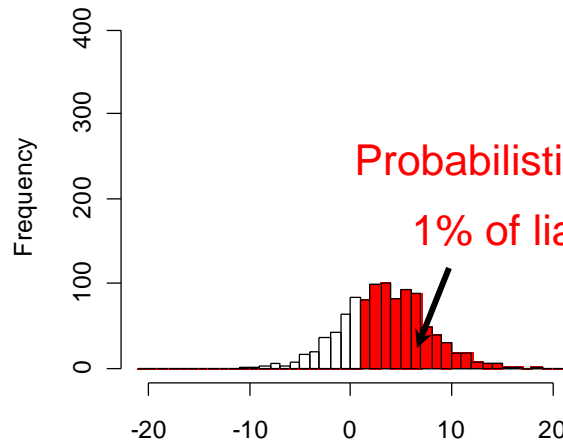
percentage of change in PVs

percentage of change in PVs

Multinational company (Year 2006)



Multinational company (Year 2010)



Probabilistic corridor:

1% of liabilities

percentage of change in PVs

percentage of change in PVs

# 3つのアプローチ

- メリット
  - 長寿リスクを定量的かつ視覚的に把握可能
  - 確率的回廊ルールは、現在の回廊ルールに類似した概念
- 多国籍企業にとって
  - 長寿リスクのロス分布は左右対称になるとは限らない
  - 国ごとに異なる死亡率モデルを用いると長寿リスク推定の精度は向上するが、高コスト
- BCDモデル
  - 先進国の多くの死亡率に適合
  - 会計情報の比較可能性の観点からすると、各国、各受託機関とも、同じモデルを用いることが望ましい
  - 実務上実行可能な程、簡単なモデル

Last but not least...



# Professional Masters Degree

- 2009年からスタート
- アクチュアリー学科ではない学部(数学や工学部等)を卒業した人向けの大学院
- ウォータールー大学のMaster Degreeだけでなく、英国アクチュアリー試験のcreditも取得できる(北米では初)
- "We anticipate that many of our students will come from India and China."

# Center of Actuarial Excellence

- University of Connecticut
- Drake University
- Georgia State University
- University of Illinois at Urbana-Champaign
- Illinois State University
- University of Iowa
- Université Laval
- University of Manitoba
- University of Michigan
- University of Nebraska–Lincoln
- Université du Québec à Montréal
- Robert Morris University
- St. John's University
- Temple University
- University of Toronto
- **University of Waterloo**
- University of Wisconsin–Madison

# 最後に

- Be flexible. (Mary Hardy)
- 日本の年金アクチュアリーにとって
  - 英語
  - エクセル
  - 年金数理
- ボランティア精神
- 産学共同

As deserts are more comfortably crossed by caravans than by solitary pilgrims, so the dry wearisomeness of the almost illimitable statistics required to perfect the business of Insurance may be relieved by sound co-operation.

by Elizur Wright



ご清聴ありがとうございました