

長寿リスクに対するポートフォリオと GAO*

浦谷 規
法政大学理工学部

2010年9月3日

1 はじめに

長寿リスクは米国では一般的に次の2つの法則によって認識されている。(1) 63/36ルール: 65歳の夫婦が揃って90歳まで生きる確率は63%であり, さらに95歳までに一方が生きる確率は36%である。(2) 219ルール: 夫婦の20年間の食費は21万9000ドルである。単純に1食5ドルを2人で1日3回を365日, 20年間の合計は219,000ドルと計算される。我が国の2005年における平均寿命は男女計では82.3歳に対して米国では77.9歳であるから, 長寿リスクは米国より更に深刻な問題である。長寿リスクとは長生きのために生活資金が不足する, いわゆる Life time ruin のリスクである。

本論文では, Yaari [7] の基本命題である年金と生命保険が双対関係にあることの応用として終身年金が年齢の減少関数であることに基礎をおく。すなわち, 終身年金の価格は年齢に逆比例して安くなるが, 保有資産も同様に減少する。従って, ポートフォリオから消費のための引き出した後の資産によって, 時間の経過とともに安くなる終身年金を何時買うかが問題となる。

長寿リスクをポートフォリオ問題として, Young [8] が定式化し, 最適ポートフォリオを求めたが, 借入をして危険資産に投資する戦略となった。この問題に危険資産投資に借入を許さない制約のもとに求めたのが Bayraktar [1] である。本論文ではこの制約つき最適ポートフォリオに終身年金商品を含めた問題を対象とする。さらに, Bayraktar は制約条件つき最適解において, 消費が資産に比例するケースでは最適危険投資関数が消費の現在価値の最大化問題の最適投資関数に一致することを示した。この解の特性を利用し, 年金を購入するまでは長寿リスクの最小化を目的関数とし, 年金購入後は長寿リスクが解消されるから, 消費の現在価値最大化を目的関数とする。従って, 最適ポートフォリオにおける安全資産投資額がゼロになる時が終身年金を購入時点であることから, この資産額に到達する初到達時刻から年金価格を求める。

さらに退職時から初到達時刻まで期間と, 初到達時刻以降とに対して, それぞれの期間の消費を一定額と, 最低消費プラス資産比例額の2つのタイプとする。この仮定に従うと Guaranteed Minimum Withdrawal Benefit (GMWB) に近い商品のペイオフになる。このペイオフを危険資産とプットオプションの組み合わせのいわゆるプロテクティブプットによるペイオフに対する初期資産投資額を求める。そして前節の最適ポートフォリオが初到達時刻に終身年金を購入する場合の初期投資額と比較する。

論文は以下の通りの構成である。次節ではポートフォリオの構成要素である安全資産, 危険資産, および終身年金の仮定とその特性を説明する。さらに消費計画として年金購入以前を一定な消費, 資産が限界額に達したとき以降は資産に比例する消費とする。以上の仮定から3つの資産のポートフォリオをプロセスをモデル化する。第3節では最適ポートフォリオを求める。このとき年金購入以前は目的関数を Life time ruin の確率最小

* GAO は Guaranteed Annuity Option の省略であるが本論文では, Hardy[4] の詳細な歴史的名称に関する議論を避けて単に関連する3つの概念 “Guarantee, Annuity, Option” の並列的な意味である。詳しくは “Guaranteed Minimum Withdrawal Benefit” に相当する