

講演

定量的リスク管理、極値事象、数学と今回の金融危機 QRM, Extremes, Mathematics and the Financial Crisis

ETH チューリッヒ教授 ポール・エンブレヒツ
Prof. Paul Embrechts, ETH Zurich

(訳： 明治大学 松山直樹)

日本アクチュアリー会 平成 21 年度第 3 回例会

平成 21 年 10 月 22 日(木) ベルサール西新宿

(訳注：本稿は掲題の講演の抄訳ですが、演題は講演案内時点のものから発表者本人により変更されています。また解釈と訳語選択の有り得べき誤りは訳者によるものです。)

QRM, Extremes, Mathematics and the Financial Crisis

Paul Embrechts

Department of Mathematics and
Director of RiskLab, ETH Zurich
Senior SFI Chair
www.math.ethz.ch/~embrechts



Embrechts, P., Resnick, S., Samorodnitsky, G.:
Living on the Edge. *RISK*, January 1998, 96-100.

Chavez-Demoulin, V., Embrechts, P.: **Revisiting the edge,
ten years on**. To appear in *Communications in Statistics -
Theory and Methods* (2008/9)

【エンブレヒツ】 ご紹介ありがとうございます。今日ここでみなさんと定量的リスク管理の話題、極値事象、アクチュアリー数理、金融危機について議論できることは大きな喜びです。

さて、過去数カ月から半年くらいのエコノミスト誌の様々な表紙の中で、私が個人的にとっても気に入っているのは World on the edge というものです。他ならぬそのタイトルが気に入った理由は、1998 年に私が Resnik と Samorodnitsky との共著で書いた論文にあります。

それは Risk 誌に書いた Living on the Edge という論文で、金融や保険の世界に向けて、正規分布を超えたところに重要なものがあることを説明しようとしています。最近、あの論文の 10 周年を祝して Revisiting the Edge という論文を書きまして、他ならぬこの雑誌に登場することになっています。

これは、要は保険や金融の世界に対して、極値事象こそが真に問題なのだということを警告するものです。そしてこの講演のタイトルについても少々警告しておきますと、もちろん私の時間が限られるからなのですが、皆さんお持ちのスライドのコピーから少しだけ、おそらく1%くらいこの場のスライドを変更してあります。しかし、この1%が大事ということで、これはまさに極値事象です。それから、質問があったらいつでも私を止めて質問してください。

About the title

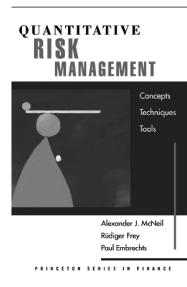
I want to discuss with you four concepts:

- Concept 1: QRM
- Concept 2: Extremes (low probability events)
- Concept 3: Mathematics
- Concept 4: Financial Crisis

From a (somewhat personal) historical perspective and in the light of the current economic crisis.

(Background: A.J. McNeil, R. Frey and P. Embrechts, Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques, Tools. Princeton UP, 2005)

さて、これから、定量的リスク管理について、極値事象あるいは低い確率の事象について、保険数理について、そして金融危機について、少しばかりお話をしていこうと思いますが、個人的な見方でのお話になるかと思えます。というのは、金融危機については、これまで皆さん十分に聴いてこられたと思えますし、進行中の事柄でもありますし、誰もかれも書いている話でたぶん十分だと思うからです。私は個人的な考えを付け加えたいと思えます。



There exists a Japanese translation:
定量的リスク管理-基礎概念と数理技法-
Alexander J. McNeil



お話したいことの背景は基本的に同僚である Mc Neil と Frey と 2005 年に定量的リスク管理について書いた本に基づいていまして、このことはちょっとした、しかし重要なスライドの変更点です。この本は日本語訳（訳注：「定量的リスク管理」塚原英敦ほか訳、共立出版）があります。私の同僚で友人でもある慶応大学の前島先生がこの訳はちゃんとしているのだとおっしゃっているので、彼を信じています。

最近、この本は、多くのアクチュアリーへのトレーニングプログラムでアクチュアリーを目指す学生に、定量的リスク管理の基礎的な確率と統計的なトピックを教えるのにどんどん使われるようになってきていますが、この本の背景について語っておきたいのです。この場では本のディテイルに入ることはもちろんできませんが、とりあげた事例について議論することはできます。

Some relevant examples

- February 1, 1953: Dutch dyke disaster
- January 28, 1985: Challenger explosion
- October 19, 1987: Black Monday
- July 6, 1988: Piper Alpha
- January 17, 1994: Northridge Earthquake
- January 17, 1995: Barings and Kobe
- September 1998: LTCM hedge fund crisis
- 2007-200x (x>9!): Credit crisis
- and (unfortunately) many more ...

私に関連する事例ということで、ここではまず、オランダに関する話からです。それから、次のような実例について話していこうと思います。スペースシャトルのチャレンジャー号爆発、ブラックマンデー、Piper Alpha。Piper Alpha（訳注：1988年に北海油田で大爆発・火災事故を起こした石油プラットフォーム）は、保険の歴史の中で単一の損失で初めて10億ドルこえた事象です。ノースリッジ地震については、もう少し詳しくのべます。ベアリングス証券破たんと神戸の大震災のかかわり、これはもちろん日本では重要です。そしてLTCMと今回の金融危機について。盛りだくさんですが、たぶん説明しきれるでしょう。


Ex.1: 31. Jan. 1953 – 1. Feb. 1953*
(February flooding)



- 1836 people killed
- 72000 people evacuated
- 49000 houses and farms flooded
- 201000 cattle drowned
- 500 km coastal defenses destroyed; more than 400 breaches of dykes
- 200000 ha land flooded

まず最初に、オランダの堤防災害から。私はこの2日後、1953年2月3日に海拔0のアントワープに生まれました。オランダはみなさんご存じのとおり、国民の75%が海面下の土地に住んでいます。1953年1月31日夜半から2月1日にかけて、2000人の命を奪い、国土と農場と牛を破壊した深刻な嵐がありました。

The Delta – Project

- Coastal flood-protection
- Requested dyke height at I: $h_d(I)$
- Safety margin at I: **MYSS(I) = Maximal Yearly Sea Surge at I:** 
- Probability(**MYSS(I) > $h_d(I)$**) should be „small“, whereby „small“ is defined as: (Risk)
 - 1 / 10000 in the Randstad
 - 1 / 250 in the Deltaregion in the North
 - Similar requirements for rivers, but with 1/10 – 1/100
- For the Randstad (Amsterdam-Rotterdam):
Dyke height = Normal-level (= NAP) + 5.14 m

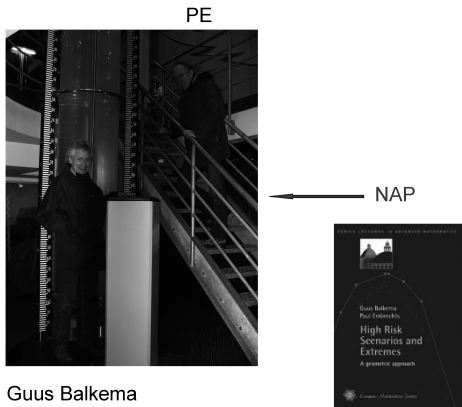
この結果、オランダを海から守るための、堤防の建設をスタートさせることになりました。たとえば、今でも、米国ではニューオリンズを襲ったハリケーン・カトリーナのような事象でも議論がされていますし、他にも巨大な地域で洪水について議論されており、私はアクチュアリーにとってますます重要なトピックになっていると思います。この事象は、この二日後に私が生まれたからということだけではなく、ときどき日付を誕生日と混同することもある、私にとっては歴史的に重要なものになりました。ここにオランダの海岸と海岸にそって構築された堤防の写真があります。

さて、ここでの問題は、堤防の高さをどうやって決めるかです。工学上の問題がありますが、経済上の問題もあります。アムステルダムやロッテルダムで見られた政治の側の議論の詳細を知る必要はないですが、主要なポイントは、何かしら小さい数字をえらぶことで、この場合の小さい数字は1万分の1です。

それから、津波や台風のとときの海の状態のような十分に高い水準の海面上昇で海面が実際に海岸線を超える確率や、年間ではわずかな確率でしかない年間最大海面上昇（MYSS）がある状況で堤防の高さをを超える確率を観察します。再保険会社向けには、これは1万年に1度の事象という言い方もできるかもしれませんが。そういう言い方がお好みなら、これ

はバリューアットリスク (VaR) です。

アクチュアリーである皆さんが直面する大きな疑問は、1万分の1という数字をどこで手に入れるのかということです。なぜその数字なのか、なぜ千分の1や、十万分の1ではないのかということです。この問題に関してあまりにわずかな注意しか払われてこなかったと思いますし、地球規模の気候変動に伴って、これからこれは大きな問題になるだろうと思います。なぜなら、いったんこの数字が固定され、最大海面上昇の物理的モデルがあると、まがりなりにもアクチュアリー的にみえる堤防の高さを構築できるからです。それからもちろんエンジニアやいろんな人と落とし所を議論することになります。



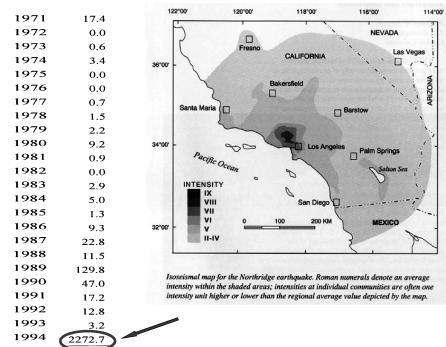
Guus Balkema

この写真はオランダです。ところで、こちらがBalkemaで、これが私ですが、少し写真が暗いですね。ここにあるのがNAP。こんどアムステルダムにいったらダイヤモンドを買うだけではなく、ダイヤモンドはアントワープのほうがいいので、NAPを見に行ってください。NAPは国際的な海拔0レベルで、堤防の高さはNAPを参考点として構築されました。

さて1953年に嵐でNAPの5m上まで水が来ました。これが、低海拔の国でアクチュアリーと物理学者と技術者が長いこと奮闘してきた類の議論なのです。私はこのあたりのすべての技術が、特に損害保険や再保険のアクチュアリーにとっては、ますます

重要になると思います。ところで、Balkemaと私で、ハイリスクシナリオと極値事象という題名の相当数学的な内容の本を書きましたので、一言補足させていただきます。

Ex.2: Northridge Earthquake: some loss ratio numbers (%) to think about!



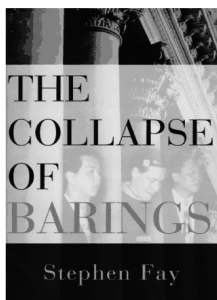
これが最初の例でしたが、二番目の例はノースリッジ大地震です。皆さんがカリフォルニアの保険会社で、1971年から93年にかけて、ロスレシオ、つまり支払い保険金を収入保険料で割ったものを観測しているとします。ほとんどの期間は大きな事故はなかったのでロスレシオはとても低い水準ですが、1989年の一年のロスレシオは100%超でこの年の保険金が保険料と入れ替わったような状態になっています。この結果の最終損益をまだ見ていなかったなら、皆さんは、こういった事象に備えてこんなにたくさん準備金を本当に積むべきだろうか、ということもできたでしょう。

次の出来事が1994年で、ロスレシオが2000%を超えますが、これがノースリッジ地震です。結果的に多くの小規模保険会社や地震保険会社が市場から退出しなければならなくなりましたが、政府が介入し市場にとどまるよう強制するといった一種の事件がありました。東京におけるこの類の懸念を伴う話については、私が話すまでもないことですが、ただ懸念するだけでなく、極値事象が実際に生起していない期間に用心深く準備金を積み立てる必要があるのでということを、監督当局や政治家に対していか

に説明するかがより重要です。これが大きな問題です。

こういった視点から、この話はひとつの重要な実例になっています。もちろん他にも、結果として多くの CAT ボンドが導入されるようになった話とか諸々の例についてお話しできる多くのことがあります。

Fin-Ex.1: February 1995



三番目の実例に行きましょう。この例はより金融に関係した例ですが、皆さんご記憶のベアリングスは英国の商業銀行で、リーソン氏によって破綻に追い込まれました。この上の写真がシンガポールにおける幸せな時期のリーソン氏で、下がフランクフルトで囚人として捕えられた不幸な時期のリーソン氏です。

The Great Hanshin (Kobe) earthquake of January 17, 1995



Prime example for Operational Risk, external event (on top of all else)

なにがリーソン氏に起こったかという点、日本ではよく知られている 1995 年 1 月 17 日の阪神淡路大震災です。

Operational Risk (Basel II definition)

The risk of loss resulting from inadequate or failed internal processes, people and systems, or from external events. This definition includes legal risk, but excludes business and reputational risk.

Barings: External event: Kobe earthquake
Fraud, failed internal processes ...

さて、これは所謂オペレーショナルリスクに関する最上の例です。次のスライドは昨晚と今朝に付け加えたのでお手元のコピーにはないので、スライドをいっしょに読みましょう。オペレーショナルリスクの定義をちょっと思い出しているだけです。お手元のコピーにはないですが、私の本に書いてあります。ウェブサイトで検索することができます。

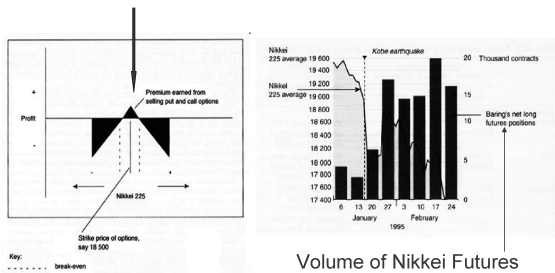
オペレーショナルリスクとは何でしょうか。これはバーゼル II の定義です。ソルベンシー II などには類似の定義はありません。ソルベンシー II にかかわらず皆さんもオペレーショナルリスクに注目すべきであって、これは人やシステムの内部管理プロセスの誤りや不十分性、あるいは外部事象の帰結としてもたらされる損失のリスクです。この定義は法的なリスクを含みますが、事業リスクと風評リスクを除きます。これがバーゼル II の正確な定義ですが、結果として銀行は資本を蓄えなければなりません。そして今や、オペレーショナルリスクの計測には、いわゆる損失分布アプローチあるいは先進的計測アプローチなど、膨大な量の定義があります。これらの手法は全くもって損保数理的なものです。

これはアクチュアリーが貢献できる重要な分野ですが、多くの場合、「定義によれば 1000 年に 1 度のオペレーショナルリスクの事象を計測しなければならないので計測は難しい」といいながら、指を立てて警告をするだけです。指を立てて警告することは、

日本でも同じかどうかは存じませんが、子供の行儀が悪いときにベルギーではそうするのは。しかし、このオペレーショナルリスクの話は本日のテーマとは全く別の話になってしまいます。たぶん次に来日したときにオペレーショナルリスクの話ができるでしょう。

How Kobe earthquake and a straddle position finally broke the back of Barings bank

Straddle = Short Call and Short Put on Common Strike



さてベアリングスの場合ですが、起こったことは外部事象であって阪神淡路大震災です。内部プロセスは詐欺で機能しませんでした。リーソン氏が内部プロセスを欺いたのです。架空の顧客の分離勘定に隠された損失は監査で見つかっていませんでした。

そこで実際何が起きたか。これは破局に向かう、阪神大震災の少し前の、リーソン氏のポジションの要約です。私は相関という言葉を経済事象と保険可能な事象または自然現象との間で使うときに用心深くなるのですが、これは相関のよい例を示しているといえるでしょう。ここで、リーソン氏がストラドルのポジションをもっていただけ、地震という自然現象がこの会社に巨大なインパクトを与えるという事例になってしまいました。

ストラドルは同じ行使価格でのコールの売りとプットの売りで、彼は日経平均のポジションを持っていました。コールの買いとプットの買いのペイオフ曲線は御承知の通りホッケースティックの形をしています。それをひっくりかえせば売りになって、このポジションが作れます。こんな感じです。少しプラ

スの部分がありますがこれがプレミアム部分です。どういうときにストラドルのポジションを持つかという原資産である日経平均が大きくは動かないと信じている場合です。これが現在の値で、そこから少し相場が上げ下げする分にはプレミアムの一部が儲けになります。

さて、ストラドルを持っている時に何が起ってほしくないかという、なんらかの外部事象によりストラドルのペイオフの長い脚の部分に突っ込んでしまうことです。そしてもちろん、まさにそれが起こったのです。神戸が震災でやられたときに日経平均ポジションが下げ、結果、リーソン氏とベアリングスが市場で吹き飛んでしまったのです。

もちろん、他にも多くの悪いことが起こった中で、これは典型的なオペレーショナルリスクの事例ですが、リーソン氏が日経平均を自力でいかに引き戻そうとしたかという信じられない出来事を皆さんは目にします（訳注：巨額の先物買いで相場操縦を意図）。全くばかげたことですが、ある種のトレーダー連中は、彼らが宇宙を支配する神で、日経平均をひとりで巨額に取引できるのだと真に信じているのだということを知っておくことはとても大事です。これが再び我々が懸念すべき外部事象の事例になっています。

Fin-Ex.2: The Black-Scholes Formula(s)

$$c = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

where $d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Conditions

最後の金融の事例は、少なくとも名前は聞いたことあると思いますが、ブラックショールズ式です。

ヨーロピアンコールとプットの価格式です。この式を見たことがあるかないかは重要ではなく、私も詳細には立ち入りません。ここにたくさんの式がありますが、私はここでは式ではなく仮定に注意します。

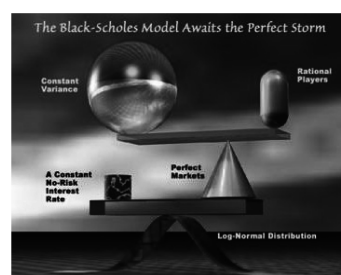
さて、ここに仮定（式中の標準正規分布の累積密度関数 N ）があります。もしブラックショールズを信じるなら、正規分布を信じること、市場の価格やリターンは正規分布の世界のように変化するのだということを信じていることとなります。もしブラックショールズを信じるなら、リスクフリーレート一定を信じることとなります。その利回りが何であれ、リスクフリーの基準が変わってしまう懸念もあり、リスクフリーレートとは何かという大きな論点もあります（訳注：たとえばスワップ金利が国債金利を下回る逆転がおこる等リスクフリー金利の基準は必ずしも安定していない）。もっと重要な仮定は、 σ 一定つまりボラティリティー一定を信じることであり、取引コストがなくいつでもいくらでも取引できる合理的市場を信じることなのです。

もちろん我々はこれが単なる一つの数学モデルであることは知っていますが、人々はモデルの根底にある前提条件をどんどん忘れてしまいます、金融でも損保でも生保でも前提条件があるのは事実なのに。生保数理で最低保証をプライシングしようとするとき、あるいは解約率やその他なんでもモデリングしようとするとき、皆さんはそこで前提条件を用いますが、まさにその前提条件を疑問視すべきなのです。

Financial Derivatives: where it all started (*)

- Black, F., and M. Scholes (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81, 637–654.
- Merton R. C. (1973): "Theory of Rational Option Pricing," *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 141–183.
- However (*), L. Bachelier (1900), V. Bronzin (1908), E.O. Thorp (1969)!

The Black-Scholes Model and Model Uncertainty



Just waiting for the storm to hit!

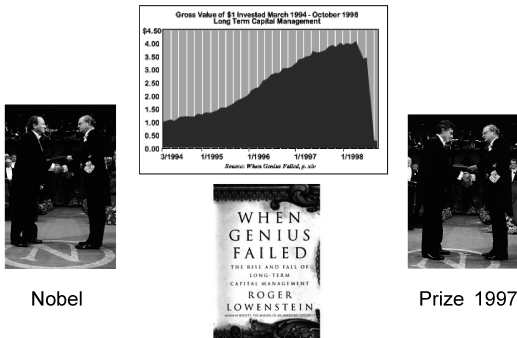
さて、この絵はブラックショールズのモデルの不確実性あるいはモデルリスクを示しています。この絵は、私には安定しているように見えません。

ブラックショールズモデルは、完全に合理的な市場、合理的なプレーヤー、一定のリスクフリーレート、一定のボラティリティーであることを示す正規分布の上に構築されていて、それらがお互いに危うい均衡を保っているのだということがわかります。もちろん、ブラックショールズは金融・保険の他の多くのモデルと同様に改良を受けてきましたが、そこには依然として多くの基本的な欠陥があり、私見ではそれが金融危機でとても明白になったと思います。

タレブの書いたブラック・スワンについては語る必要はありません。気にかけるような内容ではありませんが、この本を読んだ人が、極値事象／ブラック・スワン事象について語る人が現れたと今更言い

出したことは奇妙です。数学者たちは実際にこの類の話の数百年も続けてきましたが、我々がいつも注意深く聞いていたとは私には思えません。

And the Perfect Storm came in
September 1998



Nobel

Prize 1997

ブラックショールズモデルに何が起きたかは皆さんご存じでしょう。マイロン・ショールズとロバート・マートン、二人の真に素晴らしい科学者が成し遂げた仕事でノーベル賞をもらい、そしてこの事件がおこったのです。マイロン・ショールズとロバート・マートンが経営する LTCM に 94 年に 1 ドル投資すれば、98 年初には 4 ドルになって、悪い投資ではありませんでした。しかし、そこから投資し続けると 1 年たたないうちに 0 になってしまったのです。

LTCM 問題について詳しくは述べませんが、ロシア危機／ルーブル危機でした。私の知りうる限りロシア政府はしょっちゅうデフォルトしており、それを気にしていないようでしたが、LTCM のリスク管理システムでは確率 0 の事象でした。これは世界経済にとって破局的な可能性のある極値事象でしたが、今起きていることに比べれば小さいことです。

Some vivid recollections of meetings/discussions with RM and MS:

- 1996: Meetings with RM and MS selling LTCM investment to Swiss Private Banks
- 1996-1998: Several discussions with MS on the use of EVT to calculate (market) regulatory capital: "Who is going to pay for the difference?", i.e. $\Delta = (\text{VaR-EVT}) - (\text{VaR-Normal}) \gg 0$
- Cambridge Newton Institute Workshop on Managing Uncertainty, 2001: "Insurance is (just) the other side of the coin (of finance)!" (MS)
However: Bank-Assurance did not really deliver!
- Copula confusion

ロバート・マートンやマイロン・ショールズとは LTCM やノーベル賞の前や後に何度も議論しました。ショールズの答えはいつもこうでした。「我々が正規分布モデルでリスクキャピタルを計算していると、君は、別の理論を使うべきだ、極値理論を使うべきだ、あるいはどんな理論でもいいから極値事象を懸念すべきだ、と言いに来るよね」というものでした。EVT の VaR で計算したリスクキャピタルは、正規分布の VaR で計算したリスクキャピタルよりも大きくなります。そこで、私がいつも感じる疑問は、90 年代半ばから 2000 年代半ばについて今話していることでもありますが、だれがそのリスクキャピタルの差額を支払うのかということです。隣接業界がそういうことをしないときに、なぜ我々は極値事象に備えて積みたてるべきなのでしょう。これは監督者にとってとても憂慮すべき問題です。

背景にはもっと多くの物語があります。日本の状況をとりあげることも面白いのですが、それよりも大事だと思うことには、バンカシュアランスの包括的領域、または再保険に関する議論があります。再保険は金融の一種であって超過再保険 (Excess of loss) はデリバティブとみなせるという議論があり、これはもちろん正しくありませんが、保険の世界には、金融にはない多くの追加的側面があります。

2000 年代初めに多くの保険会社が財務再保険への投資を始め、保険数理的商品のプライシングに金

融的手法がつかわれて、それがどこへ行きつくのか我々は見たわけです。私の心象では、きわめて重要な資産負債管理における興味深い相互関係という意味で、バンカシュアランスは実際には実現しなかった。

それはさておき、私が話したいのは、金融市場の考え方や言い回しを用いる固有の方法についてであって、現代の保険の世界では、それがうまくいくとは思いません。だけれども、CAT ボンドや排出権市場のような特定の領域では興味深いたくさんの仕事があり、特殊な商品であるがゆえに金融市場的な方法は重要なのです。その意味では金融に学ぶところはあったといえるでしょう。

What about regulation?



- 1988: Basel I
- 1994 – 2000: Amendment to Basel I (Basel I ½), Value-at-Risk (VaR) is born
- 2000 – 2009(+): Basel II (Credit and Operational Risk)
- Future: Basel III ???
- Solvency 2, SST, ...

規制についてはどうでしょうか？みなさんの中にはスイスにあるバーゼルに行ったことがある人もいるかもしれませんが、この画像が BIS です。バーゼルにあるこの建物の中に国際決済銀行があり、その中のどこかにバーゼル委員会の事務所があります。

バーゼル委員会ではみなさんご承知の通り新しいバーゼル・ガイドラインを議論し起草します。これは銀行に対する資本ガイドラインですが、次第に保険会社向けになってきているのは、多くの国で保険監督者と銀行監督者は統合されているからです。日本では統合監督者がいるかどうか知りませんが、スイスでは今や統合監督者がいますし、英国では FSA があります。米国では保険監督者は州ごとに分

かれていて、銀行監督者と多くの議論をすべきなのですが、私の印象では、不幸にしてしばしば銀行監督者は保険監督者に対して見下した態度で話をします。みなさんが違う経験をお持ちなら、聞かせていただければ嬉しいです。

私がおとは違うと思う国の中で、とても良い一例がカナダです。カナダの銀行が欧州の銀行よりうまくいっている、あるいはそれほど悪くないのは何故かということを知りたいければ、カナダの監督者に聞けばいいのです。これはとても大事なことです。我々はアクチュアリーとして、保険数理監督者をサポートでき、「それは違います。おそらく銀行側の監督者よりも、もっと極値事象やリスク管理についてご存じでしょう」と言える、ある種の機運を持っています。それが少なくとも我々が考慮すべき機運なのです。

バーゼル委員会には、1988年に始まった、いわゆるバーゼル I の枠組みがあり、最近のバーゼル II の枠組みまで進んできています。同じことがソルベンシー II やスイスソルベンシーテスト (SST) で進行しています。SST の開発は、保険会社のソルベンシーのより経済的な理解に至るために我々の ETH (スイス連邦工科大学) チューリッヒの研究グループからレポートをし、とても興味深いものでした。SST は現在スイスで実施されています。

世界的な状況は知りません。知りたいとは思いますが、ソルベンシー II は期待されていたよりもゆっくりと進んでいます。日本状況については知りませんが、うまくいっているといいのですが。

【住谷】 ソルベンシー制度に関する世界的な変化への日本の FSA の対応について一言。まず FSA はソルベンシー II に連なるものとして現制度を見直す必要があると考えました。たしか 1、2 年前に FSA は文書を出して、現行の枠組み上でキャピタル・チャー

ジの短期的な見直しを行い、中期的にはソルベンシー II を模倣するような制度の見直しを行うとしました。これが現状です。

【エンブレヒツ】 ソルベンシー規制について話す予定はなかったのですが、あなたが話してくれてよかった。なぜなら、ソルベンシー規制は国際的に進展する最良のアプローチのひとつですし、積立金を計算するものだからです。現行の制度でも全くもって重要ですし、資産負債を比較するより先進的なものでもそうです。たしかに今の我々の研究領域の学生は、いくつかの興味深い理由のため、銀行や保険会社よりも監督当局に勤務するものが多いのが事実です。コメントありがとう。

いろいろな出来事がおこるわけですが、ご承知の通り VaR は、資本にとって長い期間に一度のとても悪い数字になるイベントであり、90年代中ごろに登場しました。バーゼル II は、システミックリスクの回避も期待された新しい与信ガイドラインに関与しましたが、それが上手くいかなかったのは今やご存じのとおりです。バーゼル II には真のシステミックリスクの要素はありませんでした。つまり、我々は隣接する銀行あるいは事業において隣接する先の潜在的なシステミックリスクのために、より多くの資本を必要としていたのです。バーゼル I からの大きな進歩でしたが、だれかが多くの方向でさらなる改良を行わなければなりません。人々は、冗談ではなく、すでにバーゼル III ならびに類似のソルベンシーガイドラインについて議論しています。

What we should have learned from these and similar events:

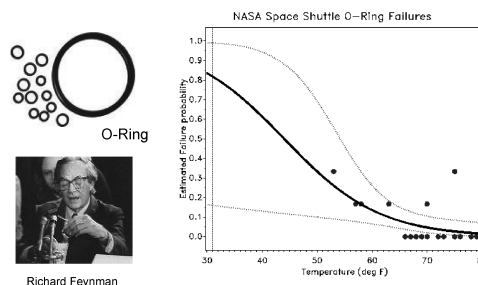
- One (past) example:
 - The Challenger explosion
- and then more on the current issue:
 - The credit crisis ...



さて、堤防やベアリングスや LTCM といった事件の例をあげてきました。これらは、日々のことではなくより長い期間で見た場合に、極値事象が事業経営に基本的な役割を果たすケースです。これらの事件あるいは類似の事件から我々は何を学ぶべきなのでしょう。

もう少し時間を使って、さらなる悪い例、私のお気に入りの例の説明を続けましょう。

Lesson 1: A (very) brief discussion on the Challenger explosion



Lesson 1、最初の例はスペースシャトル・チャレンジャーの爆発です。この例に最初に言及したのは1992年のスイス・リーの役員会で話をしたときでした。この場の10分の1くらいの人の前で話しました。この例は、リスク管理者の日々の仕事に多くの興味深い教訓を与えてくれます。

チャレンジャー号の状況はご存じでしょう。チャレンジャー号には女性教師が搭乗して宇宙授業をすることになっていたのが注目を集めテレビ放映が盛

んでした。そしてご承知の通り 5 分のフライトで爆発してしまっただけです。

チャレンジャーに何が起こったかについては多くの議論がされましたが、簡単にサマリーしましょう。そのロケットには二つの大きなロケット・ブースターがあり発射後 10 分くらいして切り離されます。ロケット・ブースターはシリンダーの組み合わせで、シリンダーは、いわゆるオー・リングを用いて組み合わされています。それらの大きくて丸いゴムのような物質は弾力性がなければいけません。ロケット・ブースターの温度が上がった時、オー・リングは膨張・縮小しますが、ロケット・ブースターを密閉し続けなければいけません。

今となっては、最終的な事件を引き起こしたのはこれらのオー・リングの欠陥であることがわかっています。もちろん数百、数千の重大な要素がありましたが、いつも後から見れば簡単なことです。しかし、ロケット・ブースターの技術者がとても注意深く議論したことの一つに、発射時の温度の関数としてのロケット・ブースターの潜在的な損失や誤差の量がありました。

ロケット・ブースターは海に落下した時は回収することができ、オー・リングに重大エラーがないかチェックできます。このグラフをご覧ください。青い点は華氏の温度で縦軸が欠陥の尺度です。詳細には触れませんが、温度が下がるほど欠陥は起きやすくなります。温度が高いとデータ上では欠陥が起これなくなります。

Some key modeling input:

- Logistic regression: theory exists!
- Rare event prediction (31 degr. F)
- Model Uncertainty
- Statistical analysis: data matters!
- Statistical estimation of this uncertainty (95% confidence intervals)
These intervals are typically very wide for the estimation of rare events

さて、ここで何が問題だったのでしょうか。問題は発射の日が、フロリダでは稀な、氷結する摂氏 0 度にあたる華氏 32 度を少し下回る気温だったので。ロケットには着氷していましたが、結局のところ管制は発射を決断しました。技術者たちはとても心配していました。彼ら曰く心配する以外に他に何もできなかったからです。これは事後的な分析で良く似た議論があったのですが、ここで私は破たん確率を温度の関数としてあらわすのにあるアクチュアリアル/統計モデルを適用しました。

これはいわゆるロジスティックモデルで、生保業界だけでなく損保業界の人も知っているはずですが、いくつかの変数の関数として破たん確率があらわされます。さて、もちろん皆さんもモデルを適用でき、彼らもモデルを適用しましたが、推定値がとて高くなると信頼区間もとても広くなるのが分かります。

さて、このことを暴いたのはノーベル賞物理学者のファインマンでした。彼はチャレンジャーの事故を調査するレーガン委員会にいました。

これはとても有名な実験で今でも YouTube で見ることができますが、ファインマンはこのオー・リングのゴムのような一片をとり、クランプをとりつけて発射時の温度を模した氷水につけてから取りだしました。そして世界の報道関係者が見守る前でクランプを開いたところその物質はつぶれたままでし

た。いうまでもなくこれがスペースシャトルの発射時におこれば、高温のガスが噴出してロケット・ブースターは爆発するでしょう。

さて、ここから学んだ教訓は何か。これは単なる愚かな事故の要約ではなく、我々アクチュアリーが学ぶべき教訓があると思うので次のスライドをみてください。われわれ皆が考えるべき重要な側面は何か。まず最初に稀な事象について話していきましよう。我々は、摂氏0度の気温でスペースシャトルを発射しようとしたり、今まで見たことがない市場環境に突入しようとしたりしています。我々は稀な事象の世界の少なくともいくつかのデータに注目する理論を持っています。しかしその理論は起こるかもしれないいくつかの可能な解答を与えてくれますが、もちろん膨大な不確実性があります。

不確実性の犠牲を払って未知の領域に進出するための理論はあります。多くの皆さんは会社でマネジメントを経験していると思いますが、私もある会社の取締役をやっていますし、以前は大きな銀行と保険会社の取締役をやっていたので取締役会での議論はつまるところ何か知っていますが、経営者が求めるものは、推定値は何かということにつきます。

かれらは不確実性を嫌いますが、そこが我々アクチュアリーがより心配すべき部分なのです。もし変額年金市場に参入するなら、解約率が重要で、経済環境が重要です。もちろんアクチュアリーとして、ここに注意、あそこに注意と我々はいつも警告しますが、とても不愉快なものです。しかし、それが任務であり、思うに理論はそこを助けてくれます。

理論は存在するのですが、我々はその利用者にモデルの不確実性を語らねばなりません。つまり我々はある側面をモデル化できます。解約率でよく聞く話は3から4%あるいはそれより少なく安定しているというものですが、私はある市場における解約率をモデル化することができます。さてここで、我々

は「What if」を問うべきで、データが重要になります。我々は今や、データを収集すべきこと、データ倉庫で多くの時間を費やすべきことを知ったのだと思います。統計的な不確実性の評価では、我々は信頼区間を構成できますが、それは典型的にはとても広くて不愉快で、この問題を解決してくれる理論はありません。

オランダはアムステルダム の堤防の高さを NAP の 5m14cm 上になるように構築しました。これは、確率論の主張で 100% 確実だからではありませんでした。経済学者、物理学者、政治家、公衆を交えた、工面できる最善のものに関する議論だけでなく、良い統計に基づくものでもあったのです。

これから話すのは、私がこの事例を重要と感じる理由です。それは、もう答えは分かっている皆さん方の事例を扱いたくなかったわけで、どうやって問題の分析を始めるつもりなのか、また大事な側面について議論したいからです。ここでも忠告してくれる数学者は不要でしょうが、とにかくお伝えしたいことは、ファイナマンのしたこと重要だったことは、トップマネジメントと議論するだけでなく、会社に向いてあちこちで議論や聞き取りを始め多くを学んだことなのです。

Lesson 2: A (very) brief discussion on the credit crisis

The players (the agents, the components, the jigsaw pieces)
(from Crouhy, Jarrow, and Turnbull (2008)).

- Rating Agencies
- Mortgage Brokers and Lenders
- Special Investment Vehicles (SIVs)
- Monolines
- ABS Trust, CDS, CDO and CDO Squared Equity Holders
- Financial Institutions
- The Economy and Central Banks
- Valuation Uncertainty ... once again!!!!
- Transparency, or better... Opaqueness!
- Systemic Risk
- Politicians/the press/lawyers/accountants/the public ...

All of these "components" need a careful and in depth discussion!

Lesson 2 では、信用危機の話に入っていきたいとおもいます。これは大きな問題で、金融の専門家として保険の専門家としてこの問題を考えるべきだ

からです。しかし、私はマクロ経済の人間ではなく、ノーベル経済学賞受賞者でもなく、アクチュアリーであり極値理論を研究する数学者です。みなさんにとって知っておくことが有益と思われる側面について議論していきます。信じていただきたいのですが、これから説明する理由のため、私は最初から最後までだれよりも長くこの危機の渦中にいると思っています。

まず、今回の危機の全体像を知りたいければ、その話をしてくれる他の人に聞くべきですし、皆さんも新聞やたくさんの報告書を読まれたと思います。たくさんの報告書の中のひとつですが、Michel Crouhy, Richard Trumbull, Bob Jarrow の論文をあげておきます。何が悪かったのかについての彼らの見方が50から70ページくらいでまとめてあります。面白いことに、この話の後半で出てくる興味深い数学の話には言及していません。

彼らが何を言っているかと言うと、もちろん格付会社のせいでもあり、簡単すぎる方法でサブプライム・モーゲージをばらまいたモーゲージのブローカーと貸し手のせいでもあるということです。Special Investment Vehicle (SIV) についてはあとで述べますが、米国の銀行が信用リスクやモーゲージのリスクをオフショアに移転できたからくりとなった特別な仕組みです。

信用保険やモノラインは、アクチュアリーとして見ると最悪です。皆さんはリスク分散したポートフォリオとはちょっと異なる単一のビジネスラインということに興味をもたれると思いますが、それがいかに危険なことだったか見ていきましょう。ここに、ABS 保証、CDS、CDO、CDO²（訳注：CDOを原資産とするCDO）等などリスクの「動物分類学」の全容があります。

他にも膨大な量の商品がありましたが、なぜ誰でも彼でも作れたのか疑問を感じるべき、いくつかの

商品の話に戻しましょう。どうしてCDO³（訳注：CDO²を原資産とするCDO）がないのかとたずねる人がいるかもしれませんが、その商品の背景となる経済合理性はどこにあるのでしょうか。大量の商品が考案されましたが、おそらくもっとも重要なCDSのように、いくつかはとても有益なものでした。

金融機関、銀行、保険会社が非難されるのは、それらに投資していたからです。いくつかの再保険会社は信用リスクを再保険しましたし、中央銀行や諮問委員も非難されるべきです。もちろん、膨大な評価の不確実性があり、それこそがみなさんと議論していくポイントなのです。これは最初の例のモデルの不確実性に帰着します。

我々は学生にもモデルの根底にある前提について心配することをもっと教えるべきです。これから例をひとつふたつお見せしましょう。とても重要な単語は、「透明さ」もしくは反対の意味の「不透明さ」です。「不透明さ」は重要な単語です。

というのは、どんな会社でも何より大切なことのひとつは、商品を理解していなかったら売らな、ということだからです。不透明さは、それらの市場でまさしく臨界点に達していたのです。

さて、今回の問題は、一つの市場から他の市場に広がり、米国のカリフォルニアから始まり欧州、アジアそして世界中に広がっていったシステム的な側面を持っています。なぜこのようなことがおこったのでしょうか。オランダの洪水であれば注意深く議論されるのですが、これは金融市場での出来事でした。

政治家、新聞記者、法律家、会計士とは意見は異なりますが、このことは公正価値会計、IFRSとは別問題です。私は公正価値から離れるべきだとはおもえません。なぜなら、そうするとおそらく自分勝手な価値になってしまうでしょうから。これは大事

な議論で、中には、注目を浴びているものもあれば、そうでないものもあります。おそらく評価の不確実性は専門的であるためほとんど注目を浴びていませんが、ここに我々アクチュアリーが関与できる余地があります。

さて、フィナンシャルタイムズやニューヨークタイムズやエコノミストが我々アクチュアリーを非難している例をとりあげましょう。世界を吹き飛ばしたアクチュアリーの数式です。私がヘルシンキで行った講演をご存じの人もいるでしょう。この議論は少なくとも耳にしておくべきで、ばかげた議論であることを学んでおくべきです。

As examples of credit derivatives:

CDS = Credit Default Swap

A relatively simple instrument

CDO = Collateralized Debt Obligation

A rather complex instrument

A brief technical discussion of the latter and a somewhat more general discussion on the former:

そして最も重要な商品であるところの、信用デリバティブ、CDS について議論しましょう。この場にいる皆さんの会社では何らかのかたちで CDS を保有しておられるでしょうし、いくつかの会社では自社の CDS もお持ちでしょう。CDS は全くもって重要で、現代の経済はそれなしには機能しません。我々はそれらの価格付けと、今回の危機で何が悪かったのかについて理解すべきです。

それから悪者の一つの例として CDO を取り上げます。これは、隅々から良いリスク悪いリスクを集めリスクを分散させ再流通させるもので、まさに分散効果ここにありで、素晴らしいというアクチュアリーもいるかもしれません。どうやって価格付けするかを理解すれば、まさにそういうことです。これ

から価格付けについて専門的ではない議論をしますが、主たる問題はそこにあったのです。

後者の CDO についての専門的な議論はあとでやります。前者の CDS について、少し技術的な、一般的な話をします。CDS の典型的な契約文書は数百から数千ページに及びますから、わずか 2 ページの数学で要約することは私にはできません。

Exhibit 2.9: The conventional wisdom – 2006 (!!!!)

“ There is growing recognition that the dispersion of credit risk by banks to a broader and more diverse group of investors, rather than warehousing such risk on their balance sheets, has helped make the banking and overall financial system more resilient .

The improved resilience may be seen in fewer bank failures and more consistent credit provision. Consequently the commercial banks may be less vulnerable today to credit or economic shocks ”

IMF Global Financial Stability Report, April 2006

次の IMF（国際通貨基金）の文章をいっしょに読んでみましょう。2009 年 10 月の今、あれは間違いだったというのは簡単ですが、2006 年にそういうことを言う人はほとんどいなかった。何か発言した人への反応はどんなものだったか後ほど話します。

2006 年 4 月時点ではすべてが完全でした。IMF（国際通貨基金）の国際金融安定性報告書は以下のことを「伝統的な知恵」と呼びました。曰く、「銀行がより広く分散された投資家層に信用リスクを拡散させることは、信用リスクを銀行のバランスシート上に保管するよりも、銀行業と金融システムの回復力を高めるという認識が形成されつつある。」

ここで、リスクをバランスシート上に保管するというのは、社内にリスクをとどめることで、保険会社がよくやることです。金融の世界の典型的な解決策は、「リスクを社内で抱えリパッケージしてから社外に送り出す」であり、これがまさにそうです。現代的な商品を使ってこういうことをするのは良いことなのだということです。金融システムの回復力

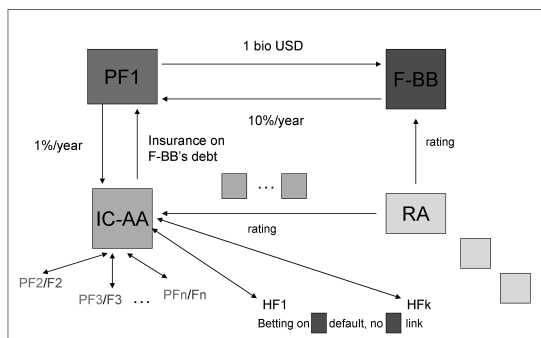
を高め、より強く、より頑健にするというわけです。これが最初の主張です。

二番目の主張は、「回復力の改善は、銀行破たんの減少や一貫性のある信用供与をもたらすだろう。結果的に、今日の銀行の、信用と経済的なショックに対する脆弱性は小さくなるだろう。」というものです。

ここでは、金融業界全体が、政治全体がこのゲームに興じていたのであって、私は冷笑的な態度をとりたくはありません。皆が、この魔法の手法、魔法の商品が我々の住む世界を強くしてくれると信じたのです。これが2006年の状況であり、我々が今日の混乱のさなかにある理由なのです。

世界の経済大国たちがなぜこんな大間違いをしでかしたのか。私は2001年に同僚とともにすでに警告を発していました。我々は今日の危機を警告したのではなく、方法論について警告したのです。監督当局と話をし、何が懸念されるか明瞭に手紙を書きました。私は警告していたので文句を言う権利があると思っています。

A stylized Credit Default Swap Set-Up



CDSの例を図で示しました。年金基金PF、新設会社F、保険会社IC、格付会社RAが登場します。年金基金は保険料収入がありますが、保証利率にみあうように保険料を投資しなければいけません。年金基金はよい投資先を求めています。保険会社でもそうですが良い投資先をさがすのは難しい。欧州や

米国と同じように日本でも難しいことだと断言できます。

さて、年金基金は10億ドルの投資がしたい。ここに資金を必要とする新設会社Fがあり10億ドル借りたい。年金基金は、10億ドル貸すのでいくらかのリターンをくれと言います。ここで格付会社に来て、この会社をBBに格付しますが、バーゼルIIのもとではこの格付は極めて重要です。それを良くご存じのあなたは、「BB格投資は禁止されています。たとえばA格ならいいのですが」と年金基金の役員に言います。この新設会社の融資取引は格付のため成立しなくなります。ここで保険会社が登場します。

保険会社はAAの格付を有しています。ここで金融エンジニアが解決策をもってきて、「この新設会社が破たんしたら融資金額を我々が弁済します。そうすると、この取引はAA格でバックアップされることとなります。これで監督当局も大丈夫。」

この保険会社はどのようにこんなことをするのでしょうか。それは、資本や資本コストのためであり、別の論理になります。ここでCDSがえられたこととなります。ここで起こることは、保険会社が、あるプレミアムを対価として、この会社への融資の弁済をカバーすることを年金基金と合意するというものです。もし、この会社Fが破たんすれば、保険会社は融資金額を弁済します。これで融資契約は成立し監督当局も了承します。年金基金は、数字は置き数字ですが、年10%を受け取り1%を保険カバーのために保険会社に支払います。

価格付けできるならば、ここで起こったことは経済的に完全に健全な一つの取引です。

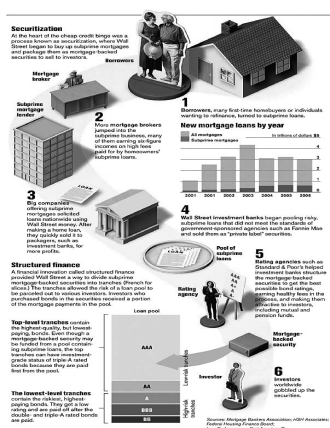
ここで価格付けできるならば、というのは何を意味するのでしょうか。BB格を信じるなら、AA格を信じるなら、関係者がよい仕事をするなら等々、いくつものIfがそこにあります。Fという一つの

会社だけでなく CDS を必要とする、この市場に参加する多くの会社があるため、問題は複雑です。その上、たくさんの会社の年金基金 PF1、PF2、PF3・・・があり、ファンドがあり、銀行があり、この会社の様々な取引相手があるでしょう。

A sure road for disaster

- In the previous picture, problems occur if several corporations ■■■ default at the same time, in that case the insurance companies ■ have to pay, may loose their high rating causing the pension funds (investors) ■■■ more problems, etc, etc ... someone at some time will blame the rating agencies ■
- But what about the hedge funds ... ?
- In the end all depends on default correlation ... enters the Gauss-copula.

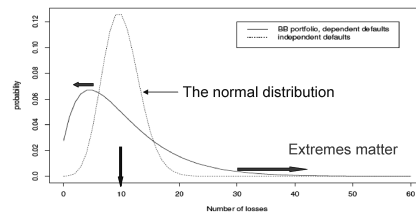
つまり、この会社は、ひとつの CDS に関与するだけではなく、いくつかの CDS に関与するのです。とても複雑な問題になります。我々は、店頭市場なので基本的には知り得ない様々な会社に、CDS に関与することになります。これは我々がなにがしかの知識をもつ規制された市場での取引ではありません。IBM の株やオプションに投資するなら、何が起るのか、カウンターパーティーや、取引所まで、多くのことがわかります。



← CDOs
Complexity,
Opacity,
Distance,
Greed,
Economic
and Political
Stupidity,
Regulatory
Blindness,
Academic Naivity,
and Arrogance
...
We are all to blame!

CDO はとても不透明な仕組みです。最大の問題は、おそらくは、投資家とオリジネーター（原資産保有者）の距離です。

Impact of dependence on loss distribution



Distribution of number of defaults for homogeneous portfolio of 1000 BB loans with default probability $\approx 1\%$; Bernoulli mixture model with default correlation $\approx 0.22\%$ is compared with independent default model.

©2006 (Embrechts, Frey, McNeil)

298

CDO の主要な仕組みを説明しましょう。これは重要なグラフで、破たんの相関関係のすべてです。ここに BB 格の信用ランクの、独立で同質な 1000 件からなる融資ポートフォリオがあります。BB 格なので年 1% の破たん確率です。年末までに、1000 件のうち 1% の 10 件が破たんします。

独立で同質なので、分布はおなじみの正規分布に従います。そのような現実とは異なる世界では、正規分布の原理でなんでも価格付けできるでしょうから、危機はおこらなかったでしょう。しかし、私がみな独立だといったことを思い出してください。

ここで少しばかり従属性を導入しましょう。0.22% のわずかな相関のあるモデルを取り上げます。何が起るでしょうか。損失をあらわす、洗練された形状の正規分布はいきなり形を変えます。

ここで何が重要なのでしょうか。二つのことがおこります。まず最初に、損失に対し保険料でうまく備えることができる洗練された正規分布の世界から、わずかの相関のため、右側テイルが右に動いた世界に移動します。つまり極値事象が問題になり、左側テイルは左に動きます。みなさんが、これをとても自然なことと同じように考えるなら、強い相関が生じます。

このとき損失分布は、損失 1% 付近の幅広なピークとともに、損失 0 付近に大きなピークが来ることになるでしょう。損失が独立な洗練された正規分布

の世界から、わずかの相関ある世界に、投資家の心象だけでこういうことが起こるといのがポイントです。

CDOs - Basic Structure

There are a variety of CDO contracts, but all have the same basic structure. Each CDO has an asset side, and a liability side, linked by a special purpose vehicle (SPV).

- The assets consist of credit risky securities related to a pool of reference entities; typically bonds, loans or - in synthetic CDOs - a protection-seller positions in single name CDS.
- These assets are acquired by the SPV. To finance the asset purchase the SPV issues notes. This amounts to a repackaging of the assets.
- The notes form the liability side of the structure. They belong to tranches of different seniority, called senior, mezzanine and equity piece. Due to repackaging most losses of the assets are borne by the equity piece, and the credit rating of mezzanine and senior tranches is higher than average rating of asset pool.

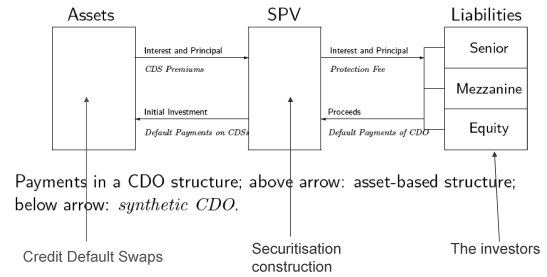
©2006 (Embrechts, Frey, McNeil)

395

さてこれがなぜ CDO で大事なのでしょうか。CDO の基本的な仕組みは何でしょうか。CDO というものは、融資のような資産と、AAA から BB の格付の支払いに対応する負債で構成されます。資産が CDS ならシンセティック CDO になりますが、あらゆる種類の融資や金融商品が使えて、これが資産の証券化です。世界銀行が言うところの「この仕組みによって世界を安定化できる素晴らしい発見」なのです。

サブプライムローン、プライムローン、どんな融資でも混ぜ合わせます。それからバランスシートからリスクを移転させる SPV (Special Purpose Vehicle) の法的な仕組みを構築します。みなさんは保険業界人として取締役会メンバーとして、このレーダー画面に映らないバランスシートのリスクを知るべきだと思います。それから、とても良いものから悪いものまでリパッケージします。それらには、シニア、メザニン、エクイティーといった名称があたえられます。最も高いリスクがこれ、低いのがそれ、といった具合です。トポロジー的には正しいというわけです。

(Synthetic) CDOs - Basic Structure



©2006 (Embrechts, Frey, McNeil)

396

Synthetic CDOs: Payment Description

Notation. Consider portfolio of m loans with nominal e_i , relative LGD δ_i and default-indicator process (\mathbf{Y}_t) . Cumulative loss of the portfolio in t given by $L_t = \sum_{i=1}^m \delta_i e_i Y_{t,i}$.

The CDO. Maturity T . We have k tranches, characterized by attachment points $0 = K_0 < K_1 < \dots < K_k \leq \sum_{i=1}^m e_i$. The notional of tranche κ at time t is given by

$$N_\kappa(t) = f_\kappa(L_t) \text{ with } f_\kappa(l) = \begin{cases} K_\kappa - K_{\kappa-1} & \text{for } l < K_{\kappa-1} \\ K_\kappa - l & \text{for } l \in [K_{\kappa-1}, K_\kappa] \\ 0 & \text{for } l > K_\kappa \end{cases}$$

Note that $f_\kappa(l) = (K_\kappa - l)^+ - (K_{\kappa-1} - l)^+$ (put spread with strike prices K_κ and $K_{\kappa-1}$).

©2006 (Embrechts, Frey, McNeil)

432

Payments of a Synthetic CDO

Consider CDO with attachment points $K_0 < \dots < K_k$ and notional of tranche κ given by $N_\kappa(t) = (K_\kappa - L_t)^+ - (K_{\kappa-1} - L_t)^+$; define cumulative loss of tranche κ as $L_\kappa(t) := N_\kappa(0) - N_\kappa(t)$.

Default payments of CDO. Default payment of tranche κ at n th default time $T_n < T$ given by $\Delta L_\kappa(T_n) = (L_\kappa(T_n) - L_\kappa(T_{n-1}))$ (the part of cumulative loss at T_n falling in the layer $[K_{\kappa-1}, K_\kappa]$).

Protection fee or premium payments. Holder of tranche κ receives periodic premium payments at $0 < t_1 < \dots < t_N = T$ of size $x_\kappa^{\text{CDO}}(t_n - t_{n-1})N_\kappa(t_n)$. No initial payments. x_κ^{CDO} is called the (fair) CDO spread.

©2006 (Embrechts, Frey, McNeil)

435

背景にある数式を書いた数ページは重要でないので飛ばしましょう。CDO の基礎的な価格付けがどうなるか見ていきましょう。ここに書いた CDO の図は概念説明用のもので、実際の仕組みとは異なります。実際の CDO は 1000 あるいは 5000 行の条文からなりますので、一つの絵に集約することは困難です。

CDO を金額で区切ってエクイティー、メザニン、

シニアのトランシェとよばれるものに切り分けます。何がおこるかといういわゆる滝の原理です。損失が発生すると、損失は順に低いレイヤーで保有されます。それでもまだ原資産に残存する損失があればすこしだけ最上位のトランシェで負担します。これが、とても価値がある AAA のレイヤーです。

この説明は完全には正しくありませんが正しいものに近い。というのは、格付け会社が「破たん確率が AAA の年率 0.01% になるようにするにはどこにレイヤーの数字をおけばいいですか」と聞くので、基本的にはバックワード・エンジニアリングを行います。そうすると、AAA のシニア・トランシェを市場で売り出すことができ、みんなが買います。皆さんの会社でも買ったのではないのでしょうか。さて、どこから AAA という主張が得られたのでしょうか。確率論の主張です。モデルが必要です。大雑把なものですが、基本的な手法はここにあります。

この正規分布モデルに基づいて、すべて独立のリスク、すなわち資産サイドは CDS であれ融資であれ独立なもので成り立っているとします。正規分布なので、AAA のシニア・トランシェのレンジには基本的に損失確率がありません。これが正規分布における AAA 格ですが、より現実的なモデルでは B 格になるかもしれないというのが問題なのです。

A stylized Example

Stylized CDO. We assume that payoff of tranche κ is simply given by $N_{\kappa}(T)$, the value of the notional at maturity. Real CDOs are more complicated, as there is intermediate income, but stylized example retains essential features.

Impact of default dependence. More dependence, same marginal default probabilities \Rightarrow Equity tranche increases in value, senior tranches decrease in value. Impact on mezzanine tranches unclear.

Qualitative properties carry over to more complex structures actually traded.

©2006 (Ebrechts, Frey, McNeil)

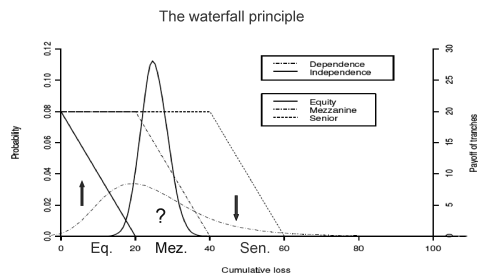
433

これらのモデルはすべて、0 すなわち独立から始めて、非独立あるいは微小な従属関係に至る、相関

係数の仮定に依存します。専門的ではない本に出てくる様々な主張「もし相関が増加したら、急に多くの会社が破たんするだろう。」というのはたちどころに理解されるでしょう。企業はたしかに独立ではなく、ますます従属的になっています。より現実的なモデルの下では正規分布に比べて、エクイティー・トランシェの価値が高まり、シニア・トランシェの価値は減ります。メザニンの価値変化についてそれほど明瞭ではありません。

銀行は、メザニン・トランシェのポジションをもつことでリスクをヘッジするような、典型的な金融構造を用いてきました。しかし、見てきたように、皆さんがやらなければいけないことは価格付けで、資産から始めて、証券化の構造と、各セグメントで損失カーブがどれだけの確率をもたらすかに注目することです。唯一私が言いたいことは、相関がとてつもなく大事だということです。

Default Correlation and CDO Tranches



Payoff of a stylized CDO with attachment points at 20, 40 and 60 with two different loss distributions overlaid.

©2006 (Ebrechts, Frey, McNeil)

434

前に 0.22% 相関の損失分布の図を示したことを思い出してください。この図は我々の本から転載したものです。なぜ CDO が経済的に重要なのかを示しています。いまや CDS はシンセティック CDO のインプットに使われていることもあります。それらすべての信用デリバティブにおける破たんの相関を解明しなければなりません。これはモデル化が難しく、不可能な問題ですが、誰かが早めに打開すべきです。

An import critical voice:

Warren Buffet on Derivatives (Berkshire Hathaway annual report for 2002):

The derivatives genie is now well out of the bottle, and these instruments will almost certainly multiply in variety and number until some event makes their toxicity clear. Central banks and governments have so far found no effective way to control, or even monitor, the risks posed by these contracts. In my view, derivatives are financial weapons of mass destruction, carrying dangers that, while now latent, are potentially lethal.



50 000 000 000 000 \$ *

- CDS is almost a brand new investment vehicle, but the market is already 20 times its size in 2000. The principal amount of CDS outstanding equals \$50 trillion, or more than three times the U.S. Gross Domestic Product and bigger than all the U.S. credit markets put together. And the CDS has been a huge source of "financial engineering" profits, both for Wall Street and the hedge fund community over the last few years.
- World GDP is about \$66 trillion.
- First CDS about 1995.
- Total nominal volume of OTC derivatives 550 Tri. \$

* 3.7 Tri. \$ after netting

ところで、ウォーレン・バフェットは早期から発言していて、2002年に、これらの仕組みものを「金融の大量破壊兵器」と呼びました。これはとても有名な主張でした。私はバフェットのいうことを全て信じるわけではありませんけども、少なくとも彼は金を儲けました。

CDSの想定元本を世界中の市場で足しあげると50兆ドルです。学生や同僚にこれが大きな数字だと納得してもらうには、世界のGDPがおおよそ65兆ドルといえいいのです。

CDSの規模は世界のGDPに匹敵し、我々の金融システムは基本的に世界のGDPに賭けています。想定元本をネットィングすれば小さくなるのですが、それでも大きな数字です。私と同じく、いかに価格付けするか心配している人にとっては大きな数字です。

Some dimensions before we continue:

Thousand \$ = 1 000 \$
Million \$ = 1 000 000 \$
Billion (US) \$ = 1 000 000 000 \$ ←
= 1 Billion (UK) \$
Trillion (US) \$ = 1 000 000 000 000 \$ ←
= 1 Billion \$ (UK)
= 1 Billion \$ (Germany)
Trillion (UK) \$ = 1 000 000 000 000 000 \$

Everything clear ... I hope.

ところで、CDSは店頭デリバティブの一つに過ぎません。世界の店頭デリバティブ市場の規模は550兆ドルで、おおよそGDPの9倍です。

このスライドは皆さんを楽しませるためにつけました。日本で billion trillion をどういう言い方するかは知りませんが、独、仏、英では意味する単位が違って混乱しますという話です。

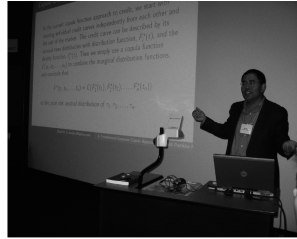
私はこの市場を止めるべきだと言おうとしているわけではありません。前も言ったようにCDSはとても重要です。この市場の巨大な規模と、それゆえにこの市場に火がつくと金融システムが崩壊するのだということに気付くべきです。

さてここでアクチュアリーが登場します。そしてこれがモデリングの破たんの全てです。みなさんの多くは不幸にしてすでにデビッド・リーのことをご存じでしょう。彼はアクチュアリーです。ウォータールー大学に学び、世界でもっとも有名なアクチュアリーとして、ウォールストリートを吹き飛ばしたことで非難されています。なぜこのことを議論するか

と言うと、銀行業界はデビッド・リーの信用破たんモデルを用い、それはアクチュアリー的モデルだったのです。

David X. Li (2000) On Default Correlation: A Copula Function Approach, Journal of Fixed Income 9:43-54

- This paper studies the problem of default correlation. We first introduce a random variable called "time-until-default" to denote the survival time of each defaultable entity or financial instrument, and define the default correlation between two credit risks as the correlation coefficient between their survival times. Then we argue why a copula function approach should be used to specify the joint distribution of survival times after marginal distributions of survival times are derived from market information, such as risky bond prices or asset swap spreads. The definition and some basic properties of copula functions are given. We show that the current CreditMetrics approach to default correlation through asset correlation is equivalent to using a normal copula function. Finally, we give some numerical examples to illustrate the use of copula functions in the valuation of some credit derivatives, such as credit default swaps and first-to-default contracts.



David Li 8 years later

(The Gauss-copula)

この写真はウォータールー大学でのデビッド・リーでそれほど前のものではありません。彼が何を思いついたかはここに書きましたので、簡単に一読しましょう。彼曰く「この論文はデフォルト関連の問題を研究したものである。」「会社を見てデフォルトをモデリングしようとする、価値とデフォルト・バリアから伝統的なマートンモデルを用いることができる。あるいは、医療統計や生命保険のように生存時間のデフォルトと見ることもできる」と。

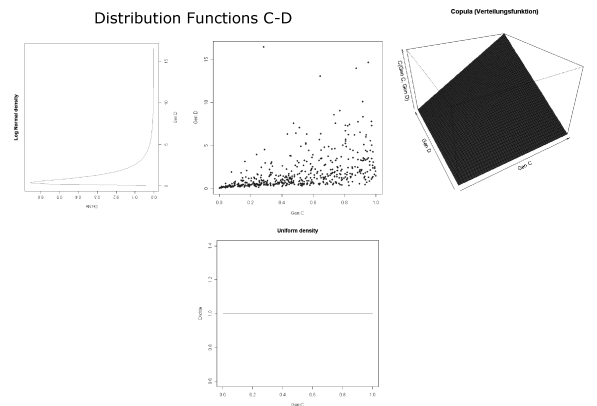
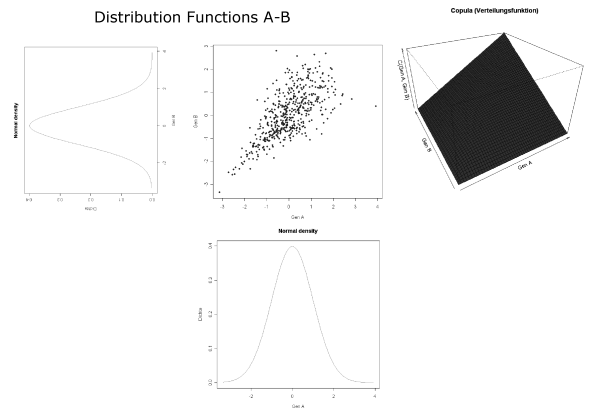
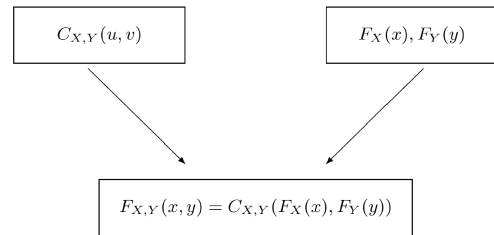
デフォルトまでの時間は、会社を患者とみなして死亡までの時間をモデル化することに似ています。これは生存時間解析であり、伝統的な生保数理であり、デビッド・リーがアクチュアリーとして学んだことでもあるのです。

ここでは、一つの会社についての話ではなく、複数の会社についての話をしていきます。生保数理、モデリング、複合生存 (joint survivorship)、従属生存時間 (dependent survival times) について話していきます。

相関関係に依存する、一定期間内に夫婦が死亡する確率を扱う夫婦向けの商品を考えます。失意症候群とよばれる経験知があって、高齢の夫婦のうち一人が死ぬと、そのパートナーは人口学的な期待値よ

りも生存時間が短くなります。デビッド・リーは、これは使えると思いつきました。数千の会社を患者とみなし、デフォルト時間をモデル化し、保険数理でどうやって複合生存モデルを構築するかを見れば、CDS の価格付けに使うことができる。

The basic copula construction (d = 2)



ここでコピュラという単語が登場します。私が米国で初めてコピュラの話をしたのは、1999年コロンビア大で、デビッド・リーは聴衆のひとりでした。

彼は講演の後でやってきて、「これは面白い。これはまさに私がファイナンスで使おうと考えていたものだ」と言いました。

私は、「注意しろ。我々は相関関係を理解していない！」というために、コンピュータの概念を使っていたのです。私は、みなさんにコンピュータを価格付けに使うべきだといったことは決してありませんが、不幸にして世の中がコンピュータに飛びつくさまは驚くべきものでした。保険では良い応用があります。

The Gauss-Copula (d=2)

In the two-dimensional case with correlation parameter ρ

$$C^{\Phi}(a,b) = \Phi_2(\Phi^{-1}(a), \Phi^{-1}(b); \rho) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(a)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(b)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(\frac{2\rho uv - u^2 - v^2}{2(1-\rho^2)}\right) du dv$$

And with density function

$$c^{\Phi}(a,b) = \frac{\exp\left(\frac{(\Phi^{-1}(a))^2 + \Phi^{-1}(b))^2}{2} + \frac{2\rho\Phi^{-1}(a)\Phi^{-1}(b) - (\Phi^{-1}(a))^2 - (\Phi^{-1}(b))^2}{2(1-\rho^2)}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}$$

Let us call the Gauss-Copula the normal-copula!

私はコンピュータについてくわしく話すつもりはありません。本日のテーマから大きく外れることになるでしょうから。別の筋道でこの話を締めくくろうと思います。

Two results from the 1998 RiskLab report

CORRELATION AND DEPENDENCE IN RISK MANAGEMENT: PROPERTIES AND PITFALLS

PAUL EMBRECHTS, ALEXANDER MCNEIL, AND DANIEL STRAUMANN

Remark 1: See Figure 1 next page

A very early warning!

Remark 2: In the above paper it is shown that

Thus the Gaussian copula gives asymptotic independence, provided that $\rho < 1$. Regardless of how high a correlation we choose, if we go far enough into the tail, extreme events appear to occur independently in each margin. See Sibuya (1961) or Resnick (1987), Chapter 5, for alternative demonstrations of this fact.

1960

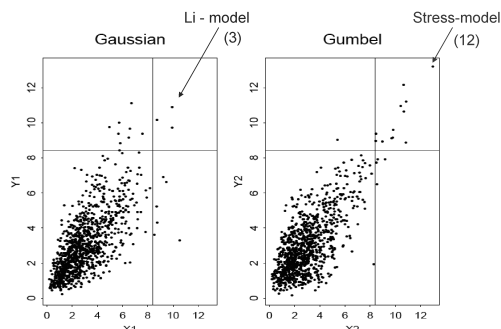


FIGURE 1. 1000 random variates from two distributions with identical Gamma(3,1) marginal distributions and identical correlation $\rho = 0.7$, but different dependence structures.

相関がなぜ問題なのかというのが基本的な問題です。この二つの散布図は同じに見えますが重大な違いがあります。我々は極値について話をしていることを思い出してください。違いはどこでしょうか。そうです。右上コーナーの区画をみると、そこに左の散布図では3事象、右の散布図では12事象あります。

さて、このコーナーの事象が何らかの定義での複合デフォルト (joint default) を与えるものとします。12件の複合デフォルトが現れるモデルで出した価格は、3件の複合デフォルトが現れるモデルで出した価格よりも高価になります。3件のほうがリーモデルで、12件の方が別のモデルです。問題なのは、もし相関係数しかわからないなら、両者の差異はわからず、同一の図ということになってしまいます。数学的に同一だと証明することができてしまいます。

詳しくは述べませんが、リーのモデルすなわちガウシアン・コピュラモデルは、コーナーにある事象を価格付けするときに都合がよすぎるのです。これが、コピュラを勉強しなければならない主な理由であり、コピュラはとても注意深く扱われねばならないのです。私はコピュラをリスク管理の世界に再紹介したことに責任があります。今でもよく思い出しますが1997年でした。それからコピュラに関する論文が爆発的に増えたのです。

ところで、デビッド・リーも聴衆として来ていた

1999年のコロンビア大での講演で、私は彼をとても高く評価しましたが、かなり早期の警告をしました。そして、ここでひとつの早期警告があります。皆さんのモデルが複数の人の寿命を複合させるものなら、これらのモデルに注目してください。

この講義の一つの重要な教訓は、我々は何を歴史から学ぶのかということです。我々が不幸にして歴史から学ぶ唯一のことは、我々は歴史から学ばないということです。2005年に、ある市場イベントでフォードとGMの間での債券価格の不整合が起こったことで、基本的なデフォルト相関の数式の大きな崩壊が起こりました。そのモデルはとて速いビジネスの変化をとらえられず、極値事象をとらえていませんでした。

The Gauss-copula model caused a first strong breeze:



September 12, 2005

How a Formula Ignited Market That Burned Some Big Investors

The model Mr. Li devised helped estimate what return investors in certain credit derivatives should demand, how much they have at risk and what strategies they should employ to minimize that risk. Big investors started using the model to make trades that entailed giant bets with little or none of their money tied up. Now, hundreds of billions of dollars ride on variations of the model every day.

"David Li deserves recognition," says Darrell Duffie, a Stanford University professor who consults for banks. He "brought that innovation into the markets [and] it has facilitated dramatic growth of the credit-derivatives markets."

David Li warned himself early on:



David Li

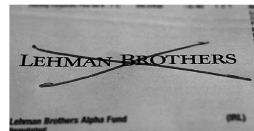
The problem: The scale's calibration isn't foolproof. "The most dangerous part," Mr. Li himself says of the model, "is when people believe everything coming out of it." Investors who put too much trust in it or don't understand all its subtleties may think they've eliminated their risks when they haven't.

David X. Li in Wall Street Journal Article, 2005.

これはそのときのウォールストリートジャーナルの表紙でタイトルは「ある数式がいかにして市場を発火させ大投資家を炎上させたか」です。ここでいう数式は前の図の背景にあるもののひとつです。これは大きな警告であり人々はこれを読んでおくべきでした。この件の詳細はとばします。

But then the Perfect Storm struck (again)!





Numerous newspaper articles:

- Felix Salmon, 23 February, 2009, Wired Magazine (a web-blog): **Recipe for Disaster: The Formula That Killed Wall Street**
- The Financial Times, Sam Jones (April 24, 2009), **On Couples and Copulas**
- Steve Lohr, September 12, 2009, NY Times, **Wall Street's Math Wizards Forgot a Few Variables**
- ...

今回の危機に視点を移すと、現実の危機が我々を襲い、CDO や CDS は様々な理由で崩壊しました。ベアスターンズが崩壊し、おそらく最悪の事件がリーマンブラザーズでした。UBS も残念ながら。そして不動産担保権の執行です。数式のせいだけではなく、取引される商品の背後にある複雑性とモデルの不確実性を理解しなかったこともあって経済システム全体の崩壊が起きました。申しあげたとおり、取引量が数十億ドルではなく数兆ドルという大きな数字であったからです。だから我々は問題を抱えることになったのです。

だれの責任なのか明らかにしなければいけないので、大衆紙は我々数学者を非難し始めました。アクチュアリーもです。

Recipe for Disaster: The Formula That Killed Wall Street
By Felix Salmon 23 February, 2009
Wired Magazine

$$\Pr[T_A < 1, T_B < 1] = \Phi_2(\Phi^{-1}(F_A(1)), \Phi^{-1}(F_B(1)), \gamma)$$

And once more, the popular press blamed the mathematicians, the quants, through the Gaussian-(normal-)copula, for having blown up the economy!

このスライドのブロックの中にあるのがガウシアン・コピュラモデルです。企業 A と B が年末までに破たんする確率です。この式の括弧がひとつぬけていますのでどこか見つけてください。

The popular press is full of statements like:

- From risk-free return to return-free risk
- Mark-to-market, mark-to-model, mark-to-myth
- Here's what killed your 401(k)
- Mea Copula
- Anything that relies on correlation is charlatanism (N.N.Taleb)
- Double defeat for Wall Street and Mathematics
- Rather than common sense, financial mathematics was ruling
- Etc ...

このブロックの式で、ウォールストリートを吹き

飛ばしたとして、我々数学者とアクチュアリーはみな非難されています。ウォールストリートを殺した禍のレシピとして。申し上げた通り我々は非難を受ける覚悟はできているので立ち上がる時でしょう。しかし今ウォールストリートの災難で数学者やアクチュアリー叩きをはじめるのはばかげたことです。起こってしまったことですが、少なくとも私は立ち上がります。

Even the Financial Times joins in:

Of couples and copulas by Sam Jones (April 24, 2009)

In the autumn of 1987, the man who would become the world's most influential actuary landed in Canada on a flight from China. He could apply the broken hearts maths to broken companies.

Li, it seemed, had found the final piece of a riskmanagement jigsaw that banks had been slowly piecing together since quants arrived on Wall Street.

Why did no one notice the formula's Achilles heel? Johnny Cash and June Carter



これはフィナンシャルタイムズの2009年4月24日の全面記事で、ハリウッド映画のような出だしで始まります（訳注：愛妻 June Carter の後を追うように亡くなった著名カントリー歌手 Johnny Cash に関する失意症候群の話）。言葉を補いながら読んでみましょう。

「1987年の秋に、世界で最も影響力のあるアクチュアリーになるであろうデビッド・リーが中国からカナダに（ハリー・パンジャーの指導のもとで PhD をとるために）降り立った。彼は、失意の数学（複合生存をモデリングする生命保険モデル。前述の失意症候群の話参照）を破たん会社に適応できたかもしれない。リーは、クオンツ（アクチュアリー、数学者、フィナンシャルエンジニア、物理学者）がウォールストリートにたどりついて以来、銀行が皆でゆっくりつなぎ合わせてきたリスクマネジメントのジグソーパズルの最後の一片を見つけたように（市場関係者の感覚では）見えた。・・・」

まったくばかげてますが、腹が立ったのは、「なぜだれもこの数式のアキレス腱に気がつかなかったのか」というのを読んだときです。私がすでに1999年に聴衆のひとりであったリーにこの問題について話したことを思い出してください。私はフィナンシャルタイムズに手紙を書きました。一緒に読みましょう。

Dear Sir

The article "Of couples and copulas", published on 24 April 2009, suggests that David Li's formula is to blame for the current financial crisis. For me, this is akin to blaming Einstein's $E=mc^2$ formula for the destruction wreaked by the atomic bomb.

Feeling like a risk manager whose protestations of imminent danger were ignored, I wish to make clear that many well-respected academics have pointed out the limitations of the mathematical tools used in the finance industry, including Li's formula. However, these warnings were either ignored or dismissed with a desultory response: "It's academic".

We hope that we are listened to in the future, rather than being made a convenient scapegoat.

Yours Faithfully,
Professor Paul Embrechts
Director of RiskLab
ETH Zurich

4月24日付のカップルとコピュラ、夫婦とその数学的構造、保険数理的構造に関する論文は、デビッド・リーの数式が今回の金融危機で非難されるべきことを示唆しています。私にとっては、アインシュタインの $E=mc^2$ の数式が原子爆弾によって引き起こされた破壊で非難されると言うのと同じです。切迫した危機を訴えて無視されたリスクマネージャーと同じ感覚で、多くのとても尊敬されている学者たちはリーの数式も含め金融業界で使われる数学的ツールの限界を指摘してきたということを明らかにしておきたいのです。しかしながらこれらの警告は無視されたり、学者だからと適当にあしらわれた、多くの例を示すことができます。我々は便利なスケープゴートにされるより、将来は話を聞いてもらえることを望んでいます。

私の同僚の数名も反撃ははじめました。というのは、話としてはおもしろいのですが特定の数式を非難し始めることは馬鹿らしいからです。ところでフィナンシャルタイムズはこの手紙を掲載しませんでし

た。だからここに書いたのです。

Some personal recollections on the issue:

28 March 1999
Columbia-JAFEE Conference on the Mathematics of Finance,
Columbia University, New York.
10:00-10:45 P. EMBRECHTS (ETH, Zurich):

"Insurance Analytics:
Actuarial Tools in Financial Risk-Management"

Why relevant?

1. Paper: P. Embrechts, A. McNeil, D. Straumann (1999)
*Correlation and Dependence in Risk Management:
Properties and Pitfalls*. Preprint RiskLab/ETH Zurich.
2. Coffee break: discussion with David Li.

If you are interested in my views on Copulas and QRM:

- Read my paper:
"Copulas: A personal view"
Journal of Risk and Insurance, 2009.
See also my website:
www.math.ethz.ch/~embrechts

コンピュータについて知りたい方は私の Web ページをみてください。Copulas: A personal view という題名の私の論文を読むことができます。

There were however several early warnings (1)

It Doesn't Take Nostradamus

JOSEPH E. STIGLITZ

Economists' Voice: www.bwpress.com/ev November, 2008

"I went on to explain how securitization can give rise to perverse incentives ... Has the growth in securitization been result of more efficient transactions technologies, or an unfounded reduction in concern about the importance of screening loan applications? ... we should at least entertain the possibility that it is the latter rather than the former."

At the very least, the banks have demonstrated an ignorance of two very basic aspects of risk:
(a) the importance of correlation, and
(b) the possibility of price decline.

REFERENCES AND FURTHER READING
Stiglitz, Joseph (1992) "Banks versus Markets as Mechanisms for Allocating and Coordinating Investment," in J. Roumasset and S. Barr (ed.) *The Economics of Cooperation*. Boulder: Westview Press, Inc. (Paper originally presented at a conference at the University of Hawaii, January, 1990.)

他にももっと重要な警告がありますのでその中の一つを読んでみましょう。ノーベル賞経済学者ジョセフ・スタイグリッツが1992年に書いたものを見てください。最近になって引用されることが多く

なりました。トランピング（訳注：シニア、メザニン、といった区分化）を伴う証券化がいかにして邪悪な悪いインセンティブを引き起こしうるかについて説明しています。

ここで出てくる問題は、証券化市場のとてつもない成長が（CDOではありません。CDOは5、6年後に出てきたものです）、①「より効率的な取引・技術によって引き起こされたのか」、あるいは、②「融資申し込みの審査の重要性の根拠なき減少の結果として引き起こされたのか」ということです。もちろん我々アクチュアリーは、契約申し込みの審査には慎重であらねばなりません。新しいリスクが提示された時には、きっちり審査したいものです。

証券化の世界では、それが問題になります。どんな証券でも後者②の可能性を少なくとも考慮すべきです。つまり、資産の質を十分に精査することはせず、むしろ全ての問題を解決する魔法の仕組みがあると早々に結論を出した可能性です。2006年にIMFが考えていたように。

そしてスティグリッツは、少なくとも銀行は無知をさらけ出したとっていますが、私はそれに賛成するものの銀行だけではないと考えています。概して、リスクのとてつもない基礎的な二側面（訳注：平均と分散）からなる定量的世界でさえ、我々だけでなく利用者も相関の重要性について十分に理解しているとは言えません。

(a) わずかの相関がすべてをかえてしまうこと、
(b) 住宅価格が上がり続けるなら下がることもできるという価格下落の可能性、を思い出しておきましょう。我々の方法論が何なのかについて少なくとも理解しておくべきだというのが、我々が学生に少なくとも教えておくべきことです。問題を解決する方法論があるというつもりはありません。私にはCDOやCDO²を価格付けすることはできません。どんな方法論を使っても複雑すぎるからです。モデルの

不確実性を理解しているから、そういうことがいえるのです。

There were however several early warnings (2)

Embrechts, P. et al. (2001): An academic response to Basel II.
Financial Markets Group, London School of Economics.
(Mailed to the Basel Committee)
(Critical on VaR, procyclicality, systemic risk)



別の早期警告で、私が特に誇りに思っているのはこれです。数学者として、これを読むことをお勧めしたいと思います。我々はリスク管理分野の数学の研究を行い、本を書き、論文やアイデアについて話し、ときどき警告を発します。VaR が誕生した時、速やかに「これは最悪のリスク尺度だ」と大声で叫びだしたのは世界でただ一つ、ETH（スイス連邦工科大学）だけでした。皆さんご存じの私の同僚フレディー・デルバーンです。

もちろん、ある再保険会社がこのリスク尺度を使っています。100 回に 1 回とか、1000 回に 1 回の事象を使っていますが、いいでしょう。我々はそこに大きな不確実性があることを知っています。CAT ボンドに注目して、ある CAT ボンドの価格を 3, 4 の大きな会社に出してもらってその結果の違いを見たら、価格付けがいかにかわかってしまうでしょう。とても不確かなら大きくいかない。それが極値事象と付き合うために必要なやり方なのです。

ご存じの通り 2001 年からリスク管理は全くもって間違った基礎の上に建設がされています。我々はそう発言しました。これが、バーゼル II に対してのいわゆる学者の反応です。チャールズ・グッドハートなど LSE（ロンドン・スクール・オブ・エコノミクス）の同僚等との共同の仕事です。こういうこ

とをアクチュアリーがすべきだと思います。我々はバーゼル委員会にはっきりと書き送りました。

これはソルベンシー II とバーゼル II の一つの重要な側面です。新しいガイドラインが登場したらいつでも、我々は反応することができます。学者や業界の反応が集まれば変化があるかもしれません。我々は、2001 年に、新しく出たバーゼル提案の 3 つ 4 つの極端な弱点を警告しました。

我々は VaR にとっても批判的です。というのは、オペレーショナルリスク、1000 年に一度のイベントのような極値リスク計測しようとする、うまくいきません。私は極値理論の本を書きましたけれども、みなさんが極値理論をご存じであろうとなかろうと、極値理論は助けにはならないでしょう。そこでの数値には膨大な不確実性があります。いわゆる尊敬のベールを纏うために、数学は使われたり誤用されたりします。また我々は、論文で 20 頁を費やして、プロシクリカリティについても強く警告しました。これは、監督システムが悪い時期に悪い方向に反応していることを意味します。

我々は、バーゼル II には含まれないが、我々が目撃したシステムリスクについてもとても強く警告しました。私は、市場で何が起るか見えていたと言うつもりはありません。何が起るかにはわかりません。我々が言ったのは、今回実施されたバーゼル II のシステムでは極値事象が起こった時にとっても捕捉できそうにないということです。たとえるなら、車を整備に出して整備工にブレーキの具合がひどく悪いといわれたようなものです。これは、あの壁にとかこの壁にとかいうのではなく、いつかどこかに車をぶつけますよという意味です。私の Web サイトを見にってください、そこにある論文の最初 3 頁を読むだけでいいです。

There were however several early warnings (3)

Markopolos, H. (2005): The world's largest hedge fund is a fraud. (Mailed to the SEC)

(Madoff runs a Ponzi scheme)



Harry Markopolos



Bernard Madoff



Charles Ponzi
1910

別の重要な警告についてお話します。マルコポロス (Markopolos) 氏のことはご存知でしょうか。ほとんどのかたがマドフ氏のことはご存じでしょう。マルコポロス氏は、6、7回公式に SEC (証券取引委員会) にマドフのスキームについて警告しました。その内容は Web で見つけることができます。

それはおよそ 18 頁で少し専門的です。彼は 2005 年にマドフのスキームはポンジー・スキーム (詐欺) であり、ネズミ講であることを立証しました。ところで、この写真は刑務所にいたポンジー氏です。マドフ氏も刑務所にいます。

私はマルコポロス氏は偉大な英雄のひとりだと思います。彼の書いたものを読んでください。これは、6、7回監督者に送られましたが無反応でした。YouTube ではマルコポロス氏と議会のやり取りを聞くこともできます。非常に興味深いので学生に聞かせることをお勧めします。そしてマルコポロス氏から学んだことを小エッセイに書かせると良いでしょう。多くのひとが口にする言葉で、私は嫌いなのですが、「良い危機を無駄にするな」というのがあります。すぐ忘れてしまうからこの危機から学習してくださいという意味です。彼の書いたものは学生には必読です。

The Turner Review
A regulatory response to the
global banking crisis
March 2009, FSA, London (126 pages)



1.1 (iv) Misplaced reliance on sophisticated maths

There are, however, fundamental questions about the validity of VAR as a measure of risk (see Section 1.4 (ii) below). And the use of VAR measures based on relatively short periods of historical observation (e.g. 12 months) introduced dangerous procyclicality into the assessment of trading-book risk for the reasons set out in Box 1A (deficiencies of VAR).

The very complexity of the mathematics used to measure and manage risk, moreover, made it increasingly difficult for top management and boards to assess and exercise judgement over the risks being taken. Mathematical sophistication ended up not containing risk, but providing false assurance that other prima facie indicators of increasing risk (e.g. rapid credit extension and balance sheet growth) could be safely ignored.

1.1 (v) Hard-wired procyclicality: ...

監督者は重要な役割を果たしていると私は考えています。ご存じの方もいるとおもいますが、ターナー・レビューというレポートがあります。これは英国 FSA の危機への反応ですが、数学の過剰な複雑性についても警告しています。130 頁にのぼる詳細なレポートです。ここでリスク尺度としての VaR の妥当性についても強い疑問を呈しています。もうひとつお話ししましょう。

2 年ほど前にパリにある大手の再保険会社が開催した会議に呼ばれました。そこでこよりもう少し専門的な講演を行ったのですが、VaR についての警告を行いました。金融危機の前でした。私の後の講演者は英国の FSA の監督官だったのですが、彼は「エンブレヒツ教授の講演の後では、我々が本当に正しい道を歩んでおり大丈夫なのだという自信が持てなくなりました」といいました。

その次に出てきたのが大手保険会社の CRO (最高リスク責任者) で、その CRO は監督官の方に身を乗り出して「いやいや、ちゃんとやっておられますよ」といいました。我々は学問的な話をしていましたが、思うに、おそらく学者は何か考えているが物事はそんなに悪くなるはずがないというのがその場の雰囲気でした。

ターナー・レビューは必読です。少なくとも手元におくことをお勧めします。何度も版を重ねていますが、このスライドは早い時期のものです。

1.4 (iii) Misplaced reliance on sophisticated maths: fixable deficiencies or inherent limitations?

Four categories of problem can be distinguished:

- Short observation periods
- Non-normal distributions
- Systemic versus idiosyncratic risk
- Non-independence of future events; distinguishing risk and uncertainty

Frank H. Knight, 1921

This is the main reason why we make a difference between Model Risk and Model Uncertainty. We very much stress the latter!

Financial Mathematics and the Credit Crisis

"If Financial Mathematicians have an understanding of the derivative products at the root of the credit crisis, can they offer any insights on the current economic situation. Specifically, there is a sense of gloom that "The City is over" and is there a more positive view."

(Question posed to researchers by Lord Drayson, the UK Science and Innovation Minister)

ここでまた数学が使われています。そして、リスクと不確実性の区別についてのよくある（ナイト流の）主張が見られます。リスクとは本当のところ何なのかについての多くの議論があります。スターン・スクール（ニューヨーク大学）の私の同僚が書いた本がありますが、既知と未知と不可知（The Known, the Unknown and the Unknowable）と呼んでいます。

リスクには様々なレベルがあります。あるリスクは統計を用いて対処しようとすることができますが、あるリスクは理解に近づこうとするだけでも複雑すぎます。今回の危機で一つ学んだこと、それらの数学と私の同僚や私自身が教訓とすべきことは、これが限界だということです。

この話題から離れて、最後の 3,4 枚のスライドについて話しましょう。

Supervisory guidance for assessing banks' financial instrument fair value practices
April 2009, Basel Committee on Banking Supervision

- Principle 8: Supervisors expect bank valuation and risk measurement systems to systematically recognise and account for valuation uncertainty. In particular, valuation processes and methodologies should produce an explicit assessment of uncertainty related to the assignment of value for all instruments or portfolios. When appropriate this may simply be a statement that uncertainty for a particular set of exposures is very small. While qualitative assessments are a useful starting point, it is desirable that banks develop methodologies that provide, to the extent possible, quantitative assessments. These methodologies may gauge the sensitivity of value to the use of alternative models and modelling assumptions (when applicable), to the use of alternative values for key input parameters to the pricing process, and to alternative scenarios to the presumed availability of counterparties. The extent of this analysis should be commensurate to the importance of the specific exposure for the overall solvency of the institution.

これは英国の科学・技術革新相のドレイソン卿の質問で、「これはシティの金融市場にとって終わりを意味するのか」「非難されるべきものの中で数学の果たした役割は何か」というものでした。様々な私の同僚が返事を出しましたが、その中の一人がロジャースで、彼は私の言いたいことを言ってくれました。彼の主張をいっしょに読みましょう。

Some replies by researchers:

- (L.C.G. Rogers) The problem is not that mathematics was used by the banking industry, the problem was that it was abused by the banking industry. Quants were instructed to build models which fitted the market prices. Now if the market prices were way out of line, the calibrated models would just faithfully reproduce those wacky values, and the bad prices get reinforced by an overlay of scientific respectability!

金融危機全体の中でアクチュアリーと数学者は、今までのところ御承知の通りある役割、とても小さい役割を演じましたが、もっと声を上げるべきです。問題は数学が使われたことにあるではありません。アクチュアリー手法を使わないわけにはいきません。なぜならアクチュアリー手法を使わないと CAT ボンドを価格付けできません。長生きのリスクをどうして数学なしに議論できるでしょうか。基本的な数学なしに ALM やポートフォリオ理論が理解できるでしょうか。十分理解された正しい計量が必要な

です。

つまり、数学が使われたことが問題なのではなく、問題は銀行業界に乱用され誤って用いられたことにあります。クオンツは市場価格にフィットするようにモデルを作るよう教育されます。これはとても大事なことで、カリブレーションと呼ばれます。そこには市場価格が存在し、市場は常に正しいという主張が存在しました。市場は商品について何の考えも持ちません。私はこのことにそれほど確信が持てません。しかし、もちろん市場にフィットするモデルをいつも見つけることはできます。つまり、我々は市場価格にフィットするようモデルを作ることを要請されるのです。

さて、もしこの市場価格が、マクロ経済の視点に全く相違する、不動産価格は上昇するものだという経験事実で積み上げられた常軌を逸した値をとれば、カリブレートされたモデルはこの奇妙でおろかなひどい価格を忠実に再生します。ひどい価格は科学的尊敬のバールをまとうことで補強されます。ガウシアン・コピュラや、ブラックショールズモデルや、ブラウン運動や、マックモデルや、ボーンヒュッター・ファーガソンであるために、誤用してしまうのです。おそらくは、解決する何らかのモデルはあります。これらのモデルの条件を調べることで、これを学生にもっと教えることこそが、我々教師が学んでおくべきことだったのです。

And Rogers continues:

- The standard models which were used for a long time before being rightfully discredited by (some) academics and the more thoughtful practitioners were from the start a complete fudge; so you had garbage prices being underpinned by garbage modelling.
- (M.H.A. Davis) The whole industry was stuck in a classic positive feedback loop which no party could (P.E. "wanted to") walk away from.

Indeed only some!

ロジャースのコメントは続きますが、我々はここで切り上げましょう。皆さんが重要なメッセージを受けとってくれることを望んでいます。

EVT = Extreme Value Theory

EVT (first established around the 1920's) offers a sound set of techniques for the understanding and statistical estimation of rare events, beyond the bell-curve world: it describes the statistical behavior of the largest observation, the biggest loss, the worst case, rather than the average observation, the average loss, the average case.

For details: see the following textbooks!

極値理論等の専門的なコースを学んだとしても、そのような道具がみなさんの問題の解決を助けるというつもりはありません。

学生に知識を与えるだけでは十分ではないということです。タレブの「ブラック・スワン」を読ませるようなこともしてほしくない。なぜならあの本は、世界は正規分布ではないという一行で要約出来るからです。タレブは本の中でマンデルブロを評価していますが、彼はマンデルブロではない。マンデルブロはもっと重要です。もちろん世界は正規分布ではありません。我々アクチュアリーは100年も前から知っています。

しかし、少なくともアクチュアリーのトレーニングにおいては、少し先まで行く文化を持つべきだとおもいます。極値理論も少々、定量的リスク管理も少々、VaRの利点・欠点、基礎事項についても知るべきですが、大きなコースではありません。この知識が問題を全て解決してくれるわけではありませんが、モデルの仮定に対してより批判的にしてくれるのです。我々と緊密に仕事をしているあるアクチュアリーの例をお話しましょう。

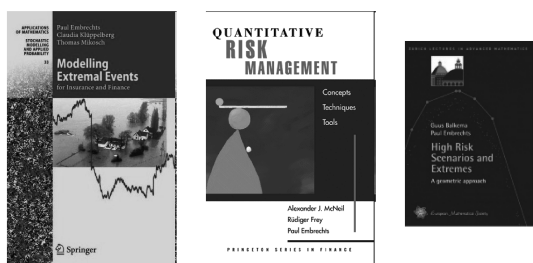
彼は1年半ほど前、ガウシアン・コピュラでプラッキングされたスーパーシニア・トランジェの

AAA の CDO への投資を会社から命じられました。彼は CDO を見て、コンピュータ理論で少し遊んでみました。そして、彼は「ほかのモデルではサブプライムや CDO の原資産から始めてこの価格で AAA トランシェを得られる可能性はない。少しでも違うモデルを使えばもはや AAA にならない。」といました。彼は CIO（最高投資責任者）に CDO を買わないように進言し、彼の会社は投資しませんでした。これこそが私がストレステスティングと呼んでいるものです。

ソフトウェア・プロバイダーが提供する標準モデルを超えて、意識を少し開くことで、ある種の災難を避けることができるのです。皆さんが世界を救おうとしているわけではありません。不幸にして人類には弱点があり、克服するには熟考しなければならぬのです。私のスライドが熟考の一助になれば幸いです。

EVT has become a standard

Some examples (but there are many more)



前にもいった通り、この本（特に右）はとても数学的です。もう一度シリアスな数学に取り組みたい人は読んでみてください。

この本（中央）は、良いバックグラウンドになると考えたことを要約したのですが、多くのことが変わったので、第二版を準備中です。抜本的な変更が必要と考えている章はありません。教育学的に変えなければいけないと思っています。極値事象については多くの本があり多くのコースがありますが、日本に

も多くの専門家、私の同僚がいます。すくなくともブラック・スワンの先を行っています。

A message for my students

New generations of students will have to use the tools and techniques of QRM wisely in a world where the rules of the game will have been changed.

Always be scientifically critical, as well as socially honest, adhere to the highest ethical principles, especially in the face of temptation ... which will come!

学生へのメッセージです。新しい世代の学生は、ゲームのルールが変わっていくかもしれない世界において、アクチュアリー技術に加えて、定量的リスク管理の道具と技術を賢明に使えなければなりません。うぶだといわれるかもしれませんが、科学的に批判的であり、社会的に誠実であることが、我々責任あるアクチュアリーに求められていることだと思います。全ての人がそうあるべきだとおもいます。

我々は最も高い倫理観を持たねばなりません。これは人として当然のことです。特に誘惑に対しては、そうあらねばなりません。

スイスの大きな会社のアクチュアリーとリスクマネージャーの中には良例となる人がいます。間違っていると上層部に進言して会社を追い出された人もいます。マルコポロス氏は最もよい例でしょう。

私たちの知識には限界があることを我々は信じるべきだとおもいます。CDO の世界、金融の世界、人的要因、非合理性など、そういったものをモデル化したモデルをつくれるなどどうして考えることができるでしょう。社会経済システムに比べれば取るに足らない天候システムのモデル化さえできていないではないですか。人間の振る舞いの基本法則を我々は知りません。物理学ではいくつかの基本法則があります。そこでハムレットの言葉です。

And on the boundedness of our knowledge:

There are more things in heaven and earth,
Horatio, than are dreamt of in your
philosophy!



William Shakespeare
(Hamlet I.v. 166)

シェークスピアのハムレットはいいます「ホレイショよ。君が哲学の中で夢見るより多くのことが天地の間にあるのだよ」と。数理科学の世界ではたくさんの方のことを考えることができるでしょうが、みなさんはただの人間に過ぎません。ほんの少しのことを知っているにすぎないのです。実際、数学に疎い人々が数学に畏敬の念を抱いているのを見てきました。彼らは言います「数学だから正しいに違いない」と。我々はその言葉の守護者にならねばなりません。

Or taking time to sit down and think:

Clouds appear
and bring to men a chance to rest
from looking at the moon

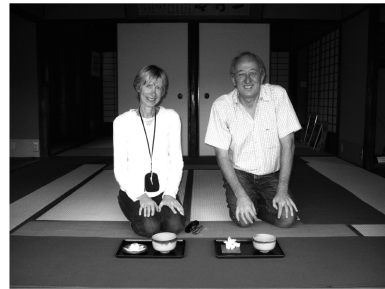


Bashō, Matsuo (1644-1694)

次の行は全く間違っているかもしれません。俳句ですから。俳句が翻訳できないのは知っています。元の日本語を見つけることができませんでした。間違っていたら教えてください。京都で芭蕉のガイドブックを買いました。素晴らしいものですが、英語ですら読むのが難しいものでした。そこで、熟考しなければならぬ芭蕉の言葉を見つけました。雲が出たので月を見るのを休む機会がもたらされるといっ

たようなものだったと思います（訳注：「雲をりをり人を休める月見かな」が原文）。日本語に戻せるかどうかは分かりませんが。危機のように雲が通り過ぎる時に、再び腰かけて少しばかり原則について再考してみるのも良いのではないのでしょうか。

Thank you for your attention:



ご静聴ありがとうございました。

