

NIG 分布: 非正規分布を身近なものにするために

水野 敬*

2008 年 9 月 24 日投稿

2009 年 1 月 20 日受理

概要

株式、債券あるいは為替などの収益率の分布が正規分布に従わないことは一般的な認識である。しかし、平均と分散で決まる正規分布と異なり、パラメトリックな非正規分布には複雑な確率密度関数あるいはパラメータ推定の煩雑さなど、数学的にも実務的にも難しい点が多い。

幾つかのソフトウェアには非正規分布に関するルーチンが組み込まれており、それらを使える環境にあれば上のような困難は少ないかも知れない。それでもエクセル上で手軽に計算出来れば、非正規分布の世界がより身近になり、リスク評価の向上、翻って正規分布の正当な評価にも役立つかと思われる。

本稿では、NIG 分布と呼ばれる分布を取り上げ、資産運用リスク管理への応用上重要な性質、パラメータ推定のアルゴリズム、およびリスク尺度の計算をエクセル上で行うのに必要なルーチンについて、出来る限り自己完結的に紹介することにしたい。

キーワード：GH 分布，NIG 分布，一般逆ガウス分布，EM アルゴリズム，VBA プログラム

1 はじめに

NIG 分布 (normal inverse Gaussian distribution) は、GH 分布 (generalized hyperbolic distribution) と呼ばれる分布の族に属する。1次元の場合、GH 分布は実質 5つのパラメータを持つ分布であるが、NIG 分布はそのうちの 1つを固定したものである。

そのため、まず GH 分布について定義とリスク管理への応用上必要な性質を述べ、それを受けて NIG 分布固有の性質を述べる。数式が多くなるが、エクセル上で扱える自在さを確保する一方で誤った使い方を避けるためには、基本的な事項や前提条件を正確に知っておくことが欠かせないので、ご容赦願いたい。この過程で、第 3 種変形ベッセル関数および一般逆ガウス分布というものが現れる。それらの定義および必要な性質については、第 6 章補遺において初等的な証明と共にまとめている。

次に、分布のパラメータ推定のためのアルゴリズムを、プログラミングを念頭において詳しく述べる。

最後に、NIG 分布の応用例として、対数収益率が NIG 分布に従う場合の VaR (Value at Risk) ならびに期待ショートフォール (expected shortfall) の計算を取り上げる。この 2つのリスク尺度の計算方法を振り返った後、それらを計算するのに必要な確率密度関数、累積分布関数、累積分布関数の逆関数などのルーチンについて、数値計算のためのプログラムの百科事典的な存在である [Press et al.(1999)] を参照しつつ述べる。締め括りに具体的な計算例を図表と共に示した。

GH 分布の提示方法や特性関数に基づく基本性質の述べ方、パラメータ推定の EM アルゴリズムの骨格は [McNeil et al.(2005)] に拠っている。また、GH 分布および一般逆ガウス分布の様々な性質をまとめた総合報告 [増田 (2002)] も有益である。

なお、この場を借りて、拙稿を丁寧に査読して下さい、有益な文献の紹介と共に多くの貴重なご教示を頂いたレフェリーの方に厚くお礼を申し上げます。

* ジブラルタ生命保険 (株) e-mail: takashi.mizuno@prudential.com