

経験積率母関数によるエッシャー変換 ノンパラメトリック・アプローチ

もりだいら　　そういちろう
森 平　　爽 一郎¹

2007年2月1日投稿

2007年3月12日受理

1. はじめに

完備市場における資産価格決定と異なり、非完備市場においては一意な確率測度の変換はありえない。そのため、これまでに様々な測度変換が、非完備市場における価格決定のために提唱されてきた。このための一つの方法である、エッシャー変換 (Esscher Transforms) は、当初 Esscher[1932]により確率分布の近似を行うための方法として提唱された。

エッシャー変換は、Borch[1980]、Buhlmann[1980,1984]、Gerber and Shiu[1980,1996]によって、保険価格決定におけるリスク調整済み確率分布を求めるために有用であることが明らかにされて以来、保険や年金の料率決定にとどまらず、金融資産価格決定、とりわけ、様々な派生証券の価格決定において極めて有効であることが示されてきた。

資産価格の決定は、当該資産から発生する将来キャッシュフローのリスクを調整した確率分布のもとで期待現在価値を計算することに帰着する。特に、エッシャー変換を用いると、将来キャッシュフローに関し特定の確率分布関数を想定したうえで、対応する積率母関数 (MGM: Moment Generating Function) を用いることにより、期待値計算において必要となる複雑な積分計算を必要とすることなく、容易に保険や資産価格の閉じた解を求めることが出来る。

他方、こうした利点は、また幾つかの問題点を提示する。

第 1 に、保険数理やファイナンスでよく用いられる幾つかの確率分布に対しては、積率母関数が存在しないか、閉じた解として表現できない。とくに、対数正規分布、パレート分布、F 分布などの積率母関数は存在しない。また、ワイブル分布、ロジステック分布、t 分布、ベータ分布、超幾何分布などの積率母関数は閉じた解として求めることが出来ない。

また、最近、Kijima[2006]、Wang[2006]などにより、エッシャー変換を、多期間、多変量に拡張しようとする試みがなされている。この場合、多変量の条件付き積率母関数が存

¹ 早稲田大学大学院 ファイナンス研究科。 丁重な査読の労を執られた二人の査読者と本誌編集長にお礼申し上げます。