
ノート

経済価値評価の下で持続可能な資本配賦原理

三輪将也* 松山直樹†

2018年2月13日投稿

2018年3月7日受理

概要

ALM が不十分な状況での経済価値評価の導入は保険会社の ESR（経済価値的な資本十分性指標）の不安定さをもたらすので、ESR100%割れの状況も想定せねばならない。しかしながら、そのような資本不足の状況下での ESR 改善策と併用可能な資本配賦原理はこれまで提案されていなかった。本研究は、契約者の資本貢献に相当する期待デフォルト価値に着目した先行研究を拡張することで、ESR 水準に関わらず機能し ALM や増資といった ESR 改善策と整合的で契約者の公平性にも配慮した資本配賦原理の提案を行う。

キーワード：資本配賦原理, 経済価値評価, デフォルト価値, ALM, ESR

1 研究の背景と目的

保険会社の経営目標には、収益性と健全性の2つの柱が存在し、通常これら2つの柱はトレードオフの関係にある。最も普及した収益性指標 ROE（Return on Equity：リターン／資本）は、健全性指標 SR（Solvency Ratio：資本／経済資本）の減少関数であると共に、パフォーマンス指標 RORC（Return on Risk Capital：リターン／経済資本）の増加関数になっている。

$$ROE = \frac{1}{SR} * RORC$$

ここで資本配賦は、企業全体の経済資本を事業部門別に配賦し、配賦資本あたりのパフォーマンス評価を可能にすることで、RORC の向上を促し、トレードオフの関係にある2つの柱の両立に貢献する。この資本配賦は、実務においてはリスクを上回る十分な資本が確保されている状態、すなわち SR で示される資本十分性指標が 100%を上回る状態を暗黙の前提としてきた。これは、資本十分性指標 100%割れが当該企業にとって持続可能な状態とみなされない限り、速や

* 明治大学大学院先端数理科学研究科

† 明治大学総合数理学部 〒164-8525 中野区中野 4-21-1 ma2yama(at)meiji.ac.jp

かなリスクと資本のバランスの適正化が必要であるため、資本不足状態の継続を前提とした資本配賦は、リスク許容限度管理の意味でも資本コスト管理の意味でも、合理性を欠くことによる。

一方で近年の国際的な会計基準や規制が指向する市場統合的な経済価値評価の下では資本は経済価値ベースの純資産価値（サープラス）と読み替えられ、SR も ESR（Economic Solvency Ratio）と読み替えられる。この ESR の変動性が従来の会計ベースの SR に比べて拡大することは想像に難くないが、そのことは表 1.1 の金融庁のフィールドテストの結果でも確認することができる。特に生保業界において変動性は顕著であるが、これは主に金利リスクに起因するものであると考えられる。いうまでもなく金利リスクの抑制には ALM（Asset Liability Management）が最も有効であるが、ゼロ金利水準という心理的バリアや日銀の大量国債買い入れによる市場流動性の限界等が ALM の進展を妨げているのかもしれない。

表 1.1 生保業界・損保業界 ESR 平均値

	生保業界（41 社平均）	損保業界（51 社平均）
平成 27 年 3 月末の経済前提	150%	201%
平成 28 年 3 月末の経済前提	104%	194%

引用：金融庁[2017]「経済価値ベースの評価・監督手法の検討に関するフィールドテストの結果概要について」

表 1.1 を見る限り、平成 28 年 3 月末の経済前提の下では、ESR の生保業界平均が 104% であるので、100% を下回り資本配賦の前提が成立しない生命保険会社が少なからず存在している可能性が高い。そのような ESR100% 割れの状況下では、ALM の強化や資本増強等の ESR 改善策を速やかに実施すべきであるが、ESR 改善の過程は一般には ROE の低迷を伴うため、収益性を重視する利害関係者の理解を得るためには、ESR 改善と RORC 改善を並行して実施することが望ましい。すなわち ESR100% 割れの状況下でも使える資本配賦原理が必要である。本研究の目的は、ERM（Enterprise Risk Management）の文脈において ESR 水準に関わらず意味を持ち、資本効率改善のために機能し、資本増強や ALM 推進といった ESR 改善策と統合的な資本配賦原理の構成である。

2 先行研究

2.1 資本配賦問題へのアプローチ

資本配賦問題は、企業全体で計測される経済資本 EC の分散効果を、企業を構成する各部門の経済資本 EC_i に如何に配賦するかという問題である。各事業部門の単位あたりの損失を表す有界な確率変数ベクトルを (L_1, \dots, L_n) 、各事業部門のウェイトを $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ とするとき、企業全体の損失は $L(\lambda) (= \sum_{i=1}^n \lambda_i L_i)$ で書き表され、リスク尺度 ρ を用いて全体の経済資本は、 $EC = \rho(L(\lambda))$ で与えられる。ここで資本配賦の計算アルゴリズムを意味する資本配賦原理は、完全配賦性： $EC = \sum_{i=1}^n EC_i$ を大前提に、何らかの経済合理性をもつものとして規定されねばならない。

資本配賦の理論研究で提案されている公理としては、Denault[2001]の Coherent 公理、Kalkbrenner[2005]の公理などがあるが、現時点で広く一般に受け入れられているものにはなっ

ていない。これは具体的な資本配賦原理が、公平性を重視するのか経営管理との整合性を重視するのか等、その利用目的や文脈によって求められる性格が大きく異なることから、一般論に馴染みにくいことと無縁ではないと考えられる。

公平性を重視する資本配賦原理としては、事業部門の参入順序によらない公平な分散効果の享受を意図し、協力ゲーム理論に由来するシャープレイ値やその連続的拡張であるオーマン・シャープレイ値を用いるものが知られているが、これらは一般には全体最適を目指す ERM の文脈の中で意義を見出すことが難しい。さらに保険会社固有の資本配賦原理としてデフォルト時の保険金削減に着目し契約者の資本貢献を公平に扱おうという立場に立つ期待デフォルト価値アプローチが存在する。

経営管理との整合性を重視する資本配賦原理としてはリスク尺度が正同次性： $\rho(aL) = a\rho(L), \forall a > 0$ を持つ場合のオイラー原理が代表的である。欧州 CRO フォーラム調査 Benchmarking Study of Internal Models[2005]でもオイラー原理が実務の代表的資本配賦手法であることが確認できる。なお、オーマン・シャープレイ値は正同次リスク尺度の下ではオイラー原理に一致することが知られている (Denault[2001])。

ここで注目すべきことは、協力ゲーム理論アプローチやオイラー原理は資本十分性を暗黙の前提とした資本配賦原理であり、期待デフォルト価値アプローチはデフォルト事象を想定することで資本十分性を前提としない資本配賦原理となっている点である。すなわち、期待デフォルト価値を想定することで、資本不十分な状態での資本配賦の合理性が担保されている。以下では、本研究の目的を踏まえ、経営管理との整合性のあるオイラー原理と資本十分性を前提としない期待デフォルト価値アプローチに注目する。

2.2 オイラー原理アプローチ

オイラー原理は、正同次性を満たすリスク尺度にオイラーの同次関数の定理を用いて、勾配による資本配賦を行う。前述の記号の下で、オイラー原理による資本配賦は次式で与えられる。

$$EC_i = \lambda_i \frac{\partial \rho(L(\lambda))}{\partial \lambda_i}$$

オイラー原理の経営管理目的との整合性は、次の定義 2.1 の意味でパフォーマンス評価に適した資本配賦原理はオイラー原理に限るという Tasche[1999]によって証明された事実によって保証される。

定義 2.1 パフォーマンス評価に適した資本配賦原理

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \frac{-E[L(\lambda)]}{\rho(L(\lambda))} > 0 & \left(\frac{-E[\lambda_i L_i]}{EC_i} > \frac{-E[L(\lambda)]}{\rho(L(\lambda))} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \frac{-E[L(\lambda)]}{\rho(L(\lambda))} < 0 & \left(\frac{-E[\lambda_i L_i]}{EC_i} < \frac{-E[L(\lambda)]}{\rho(L(\lambda))} \right) \end{cases}$$

この定義は、事業部門ごとの RORC の計算に、オイラー原理により計測された配賦資本 EC_i が用いられるならば、それがどの事業部門を強化すれば全社ベースの RORC の向上に結び付くかを判断できる部門パフォーマンス指標になっていることを意味する。このオイラー原理は、リ

スク尺度に VaR や TVaR を用いる場合，確率変数ベクトル (L_1, \dots, L_n) の損失分布が同時密度を持つとすると，単位あたりの配賦資本は次のような条件付き期待値式で書き表すことも可能である（詳細については例えば McNeil et al.[2005] 邦訳「定量的リスク管理」参照）。

$$\frac{\partial VaR_\alpha}{\partial \lambda_i}(\lambda) = E[L_i | L(\lambda) = q_\alpha(L(\lambda))]$$

$$\frac{\partial TVaR_\alpha}{\partial \lambda}(\lambda) = E[L_i | L(\lambda) \geq q_\alpha(L(\lambda))]$$

この条件付き期待値は全社損失分布の α パーセンタイル点 $q_\alpha(L(\lambda))$ を用いて計算される条件が各部門の配賦資本計算で共通であることから Co-measure とも呼ばれ，オイラー原理の実装はシミュレーションを用いる場合はこの Co-measure 形式で与えられることが多い。以下ではオイラー原理と Co-measure は同等なものとして扱う。

2.3 期待デフォルト価値アプローチ

期待デフォルト価値アプローチは，株主の有限責任を反映する意図で，デフォルト時の保険契約者の保険金削減に対応するデフォルト価値を計測し，それを導入した資本配賦原理を構成する。このアプローチの特徴は，現実のリスク管理で用いられる以上の強いストレスを想定した議論となっている点である。本節では，1 期間モデルを仮定した上で，リスク中立期待値計算を用い，閉形式解でデフォルト価値を導入した Sherris[2006]と，それを実確率の下で発展させた Zhang[2008]の資本配賦原理について述べる。以下本稿では L を負債価値の意味で用いる。

Sherris[2006]は時刻 1 にランダムに与えられる総資産の市場価値 A ，総負債の経済価値 $L(= \sum_{i=1}^n L_i)$ ，リスクフリーレート r を用いて，期待デフォルト価値を次のように定義した。

$$D \equiv L - A$$

$$d \equiv \frac{1}{1+r} E^Q[D * 1_\Delta]$$

ここでデフォルト集合 Δ は， $\Delta \equiv \{\omega | L(\omega) > A(\omega)\}$ で定義され， 1_Δ は Δ の定義関数である。 d はインソルベンシープットオプションの価値と見なされていることから常に時間的価値を有し正値性を持つ。 d の配賦方法については，デフォルト時，資産が慣習的に各保険契約の負債価値 $L_i (i = 1, \dots, n)$ に比例して分配されるという仮定の下，各保険契約に対し， $d_i (i = 1, \dots, n)$ として以下の式で配賦する。

$$d_i = \frac{1}{1+r} E^Q \left[\frac{L_i}{L} D * 1_\Delta \right]$$

現実には Sherris[2006]のリスク中立確率 Q の特定は困難であることから，Zhang[2008]は上記の枠組みを踏襲しつつ，実確率の下で計算可能な資本配賦原理を提案した。なお，Zhang[2008]は期待デフォルト価値を確率で割らない値で定義したが，資本配賦原理にそれを導入するときには確率で割った条件付き期待値としているので，議論の混乱を避けるため，この条件付き期待値を期待デフォルト価値と読み替えることとする。Zhang[2008]の期待デフォルト価値は次式で与えられ，各保険契約への配賦も同様に可能である。

$$d \equiv \frac{1}{1+r} E[D | \omega \in \Delta]$$

Zhang[2008]においても， d は株主の有限責任を反映する意図で導入されており，Sherris[2006]

と同様に正值性を持つことが意識され、デフォルト集合 Δ を条件とすることで達成されている。この実測度の期待デフォルト価値 d の下で、 d と同じリスク尺度でサープラスのリスクを評価したものを経済資本 EC とすると、

$$EC = E \left[a - l - \frac{A - L}{1 + r} \middle| \omega \in \Delta \right]$$

このとき、年始サープラス $s = a - l$ との関係式は $d = EC - s$ で与えられる。一般に、条件付き期待値表現で得られるリスク尺度を用い、条件を共通化した Co-measure 形式で d や EC を評価するとき、Co-measure は線形性を持つので同じ関係式が成り立つ。

さらに経済資本を資産運用部門 EC^a と保険部門 EC^l に配賦する。なお Zhang[2008]では経済資本をデフォルト価値を控除したものとして定義し EC^l から d を控除しているが、ここでは上記の経済資本の定義に合わせた読み替えを行っている。

$$\begin{cases} EC^a = E \left[a - \frac{A}{1 + r} \middle| \omega \in \Delta \right] \\ EC^l = E \left[\frac{L}{1 + r} - l \middle| \omega \in \Delta \right] \end{cases}$$

最終的に、 EC^a を $EC_k^a (k = 1, \dots, m)$ で m 個のファンドに、 EC^l を $EC_i^l (i = 1, \dots, n)$ で n 個の保険契約に分割し次の配賦式を得る。

$$\begin{cases} EC_k^a = E \left[a_k - \frac{A_k}{1 + r} \middle| \omega \in \Delta \right] \\ EC_i^l = E \left[\frac{L_i}{L} \frac{L}{1 + r} - l_i \middle| \omega \in \Delta \right] \end{cases}$$

ここで $a (= \sum_{k=1}^m a_k)$ は時刻0の総資産の市場価値、 $l (= \sum_{i=1}^n l_i)$ は時刻0の総負債の経済価値を意味し、 a_k, A_k はそれぞれ時刻0,1のファンド k の市場価値、 l_i は時刻0の保険負債 i の経済価値を表している。Zhang[2008]の資本配賦原理は、保険契約だけでなくファンドにまで資本配賦を行うため、保険部門に加え運用部門のパフォーマンス評価に対しても有用であり原論文でもそのことが強調されている。また、オイラー原理の条件付き期待値式で書き表されているため、定義2.1の意味で経営管理と統合的な資本配賦原理であると言える。

3 目的とする資本配賦原理の構成

以下では、定義2.1の意味で経営管理と整合し、資本十分性を前提としない Zhang[2008]の資本配賦原理を、本研究の目的に合わせ ESR 改善策（増資と ALM）との整合性をもつように拡張する。さらに契約者の資本貢献に対する手当も行う。

3.1 増資との整合性

Zhang[2008]の資本配賦原理の d は、増資行動と不整合が生じる場合がある。本節では、この原因を簡単な数値例を用いて明らかにする。表3.1.1の10,000個のシナリオパスの下で、現在500億円のサープラスを有する保険会社が増資行動によりサープラスを1,000億円まで増加させることを仮定し、増資前後の d をそれぞれ計測する。ただしリスクフリーレート r は0とする。

表 3.1.1

損失額	シナリオ数
0 円	9,000
500 億円	900
1,000 億円	90
2,000 億円	9
4,000 億円	1

表 3.1.2

	サープラス	デフォルトシナリオ数	デフォルト確率
増資前	500 億円	100	1%
増資後	1,000 億円	10	0.1%

$$d_{s=500} = \frac{1}{0.01} \{(1,000 - 500) * 0.009 + (2,000 - 500) * 0.0009 + (4,000 - 500) * 0.0001\}$$

$$= 620$$

$$d_{s=1000} = \frac{1}{0.001} \{(2,000 - 1,000) * 0.0009 + (4,000 - 1,000) * 0.0001\}$$

$$= 1,200$$

表 3.1.2 より，増資行動がデフォルト確率の低下に貢献し，健全性を高めていることは明らかであるが， d は逆に増加してしまい，増資行動との不整合が生じている．これは，増資によりデフォルト集合 Δ が変化する場合，より強いストレスで d を計測してしまうことに起因する．

Zhang[2008]は先行研究にならい期待デフォルト価値の正值性を獲得するためにこのような設定を用いたものと考えられるが，本研究では増資行動との整合性を重視するので定義を変更する必要がある．このため Δ をテイル部分集合 $T_\alpha \equiv \{\omega | L(\omega) - A(\omega) > q_\alpha(L - A)\}$ に修正し， d を次式で定義する．

定義 3.1 本研究における期待デフォルト価値

$$d \equiv \frac{1}{1+r} E[L - A | \omega \in T_\alpha]$$

ここで $E[L - A | \omega \in T_\alpha]$ は TVaR であり，この d が増資行動と整合的であることは，TVaR の平行移動不変性より明らかである．また $T_\alpha \equiv \{\omega | L(\omega) - A(\omega) = q_\alpha(L - A)\}$ として VaR を用いて d を定義した場合も，平行移動不変性より同様である．なお，この定義の下では， d の正值性についても緩和されるが，正值の d は保険契約者がリスクを負う隠れ資本，負値の d はフリーサープラス FS と見なされる．

図 3.1 バランスシート (ESR>100%)

a	l	
	s	$\frac{d(FS)}{EC}$

3.2 ALM との整合性

いうまでもなく ESR 改善策の本命は ALM である。しかしながら Zhang[2008]の資本配賦原理は、資産対応資本 EC^a が負債価値 L の変動と無関係に決められるため、ALM を反映したリスク評価を行うことができないという問題が生じている。そこで、ALM に対応する資産と負債を分離する構造を導入し、ALM 勘定に関しては資産と負債の価値変動を共に反映したリスク評価を行い、ALM と整合的な資本配賦原理の構成を行う。記号については、下表で改めて定義した。

表 3.1

	ALM 勘定以外の資産 m 個のファンド	ALM 勘定以外の負債 n_1 個の保険契約	ALM 勘定の資産・負債 n_2 個の保険契約
実測値 時刻 0	$a^{mis} = \sum_{k=1}^m a_k^{mis}$	$l^{mis} = \sum_{i=1}^{n_1} l_i^{mis}$	a^{ALM} (不可分) $l^{ALM} = \sum_{j=1}^{n_2} l_j^{ALM}$
確率変数 時刻 1	$A^{mis} = \sum_{k=1}^m A_k^{mis}$	$L^{mis} = \sum_{i=1}^{n_1} L_i^{mis}$	A^{ALM} (不可分) $L^{ALM} = \sum_{j=1}^{n_2} L_j^{ALM}$
経済資本 デフォルト価値	$EC^{a \cdot mis} = \sum_{k=1}^m EC_k^{a \cdot mis}$	$EC^{l \cdot mis} = \sum_{i=1}^{n_1} EC_i^{l \cdot mis}$ $d^{mis} = \sum_{i=1}^{n_1} d_i^{mis}$	$EC^{ALM} = \sum_{j=1}^{n_2} EC_j^{ALM}$ $d^{ALM} = \sum_{j=1}^{n_2} d_j^{ALM}$

ALM 勘定外の資産対応資本 $EC^{a \cdot mis}$ 、ALM 勘定外の負債対応資本 $EC^{l \cdot mis}$ 、ALM 勘定対応資本 EC^{ALM} はそれぞれ以下で与えられる。

$$\begin{cases} EC^{a \cdot mis} = E \left[a^{mis} - \frac{A^{mis}}{1+r} \middle| \omega \in T_\alpha \right] \\ EC^{l \cdot mis} = E \left[\frac{L^{mis}}{1+r} - l^{mis} \middle| \omega \in T_\alpha \right] \\ EC^{ALM} = E \left[\left(a^{ALM} - \frac{A^{ALM}}{1+r} \right) - \left(l^{ALM} - \frac{L^{ALM}}{1+r} \right) \middle| \omega \in T_\alpha \right] \end{cases}$$

ALM 勘定内の資産が不可分である場合には、ALM 勘定内の負債の変動性に比例して配賦することとすると資本配賦原理は次式で与えられる。

$$\begin{cases} EC_k^{a \cdot mis} = E \left[a_k^{mis} - \frac{A_k^{mis}}{1+r} \middle| \omega \in T_\alpha \right] \\ EC_i^{l \cdot mis} = E \left[\frac{L_i^{mis}}{1+r} - l_i^{mis} \middle| \omega \in T_\alpha \right] \\ EC_j^{ALM} = E \left[\frac{l_j^{ALM}(1+r) - L_j^{ALM}}{l^{ALM}(1+r) - L^{ALM}} \left\{ \left(a^{ALM} - \frac{A^{ALM}}{1+r} \right) - \left(l^{ALM} - \frac{L^{ALM}}{1+r} \right) \right\} \middle| \omega \in T_\alpha \right] \end{cases}$$

3.3 契約者還元における期待デフォルト価値の反映

上記の資本配賦原理は ESR 水準に関わらず成立するが、一方で期待デフォルト価値 d は ESR 水準により正負の値を取り得る。期待デフォルト価値 d の配賦については、Sherris[2006]でも提案された、デフォルト時における資産は慣習的に各保険契約の負債価値 $L_i (i = 1, \dots, n)$ に比例して分配されるという仮定に従い、ALM 勘定外と ALM 勘定の各保険契約の負債価値 $L_i^{mis} (i = 1, \dots, n_1), L_j^{ALM} (j = 1, \dots, n_2)$ に比例するように以下の式で配賦する。

$$\begin{cases} d_i^{mis} = \frac{1}{1+r} E \left[\frac{L_i^{mis}}{L} (L - A) \middle| \omega \in T_\alpha \right] \\ d_j^{ALM} = \frac{1}{1+r} E \left[\frac{L_j^{ALM}}{L} (L - A) \middle| \omega \in T_\alpha \right] \end{cases}$$

期待デフォルト価値を保険契約者に担わせる以上、何らかの契約者還元が必要となるが保険料への反映は適切とは言えない。第一に、資本不十分な状態で保険料を引き下げる行為はデフォルトリスクを高めるため、保険金削減のリスクが高まるという意味で契約者にとってもメリットのあるものではない。第二に、特に長期の生命保険料に対し、ある一時点で計測される期待デフォルト価値を反映することは不適切であり、反映する場合には将来的な変動性も加味する必要がある。第三に、期待デフォルト価値の計算のために保険料が必要となり、循環参照を生じ決定不能問題が生じる。

以上のことから、ALM 勘定の内外に関わらず保険契約 i の期待デフォルト価値 d_i に対する報酬は保険料割引ではなく、事後的な配当として時刻 1 に支払うべきであり、その水準については、本研究において d_i は隠れ資本として認識されることから、 d_i に資本コスト率 t を掛けたものが妥当である。保険契約 i への契約者配当 h_i は次式で与えられる。

$$h_i = \begin{cases} t * d_i & (d > 0) \\ 0 & (d \leq 0) \end{cases}$$

$d < 0$ のとき、 d はフリーサープラス FS として見なされるため、保険契約者はリスクを負担していない状態にあり、この配当は不要である。

4 結論と課題

契約者の資本貢献である期待デフォルト価値に着目した先行研究を拡張することによって、経済価値評価の下で ESR 水準に関係なく持続的に機能し、増資や ALM といった ESR 改善策と併用でき資本効率改善を進めることのできる資本配賦原理を構成できることを示した。しかしながら、無配当保険においては期待デフォルト価値に対応する報酬の分配が困難であるため今後の検討課題としたい。

謝辞

改訂のために有益な助言を頂いた匿名査読者に感謝いたします。

参考文献

1. Denault, M., [2001], "Coherent allocation of risk capital." *Journal of risk* 4: 1-34.
2. Filipovic, D., and Rost, D. [2005], "Benchmarking Study of Internal Models" CRO forum
3. Kalkbrener, M., [2005], "An axiomatic approach to capital allocation." *Mathematical Finance* 15.3 : 425-437.
4. McNeil, A.J., Frey, R., and Embrechts, P., [2005], Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools. Princeton university press.(邦訳「定量的リスク管理」共立出版)
5. Sherris, M., [2006], "Solvency, capital allocation, and fair rate of return in insurance." *Journal of Risk and Insurance* 73.1 : 71-96.
6. Tasche, D., [1999], "Risk contributions and performance measurement." *Report of the Lehrstuhl für mathematische Statistik, TU München*
7. Zhang, Y., [2008], "Allocation of Capital Between Assets and Liabilities." *Astin Bulletin* 38.01 : 1-11.
8. 金融庁[2017]「経済価値ベースの評価・監督手法の検討に関するフィールドテストの結果概要について」

A Sustainable Capital Allocation Framework under Economic Valuation

Masaya Miwa Naoki Matsuyama

Abstract

Economic solvency shortfall (i.e., $ESR < 100\%$) is likely to happen to insurers with defective ALM. There has been no practical capital allocation framework which works in case of economic solvency shortfall and has consistency with ESR improvement measures. By extending previous capital allocation studies regarding expected default values, this paper proposes a sustainable capital allocation framework which works regardless of the ESR level and has the consistency with ALM and capital-raising to improve ESR.