

編集委員会依頼論文

市場リスクの計量化における統計学的問題点

楠岡成雄 伏屋広隆*

2017年9月4日投稿

2017年9月4日受理

概要

金融機関（特に銀行）において用いられているリスク尺度はほとんどの場合 VaR もしくは CTE である。また、対象となる確率変数を同分布を持つ独立確率変数の和ととらえ、過去データより VaR 等をノンパラメトリックな手法で推定していることが多い。この論文では関連する確率論の結果を紹介し VaR 等の推定のような小さい確率の推定をノンパラメトリックな手法で行うことが非常に困難な問題であることを解説する。

キーワード：VaR, 統計推測、同分布を持つ独立確率変数の和

1 はじめに

金融リスクの計量化については、リスク尺度の研究の結果、様々な手法が提唱されている。しかし、金融機関で実際に使われているものは VaR (Value at Risk) もしくは CTE (Conditional Tail Expectation) に限られている。さらに、銀行では VaR だけが用いられているといっても過言ではない。VaR には凸性の欠如等の問題が指摘されているにも関わらず用いられている理由は、最も統計推測が容易で、信頼性が高いからと思われる。しかし、最も扱いやすいはずの VaR に対しても統計推測の観点からは大きな問題がある。

銀行で行われている VaR の標準的な計算方法においてはほとんどの場合、(かなり強引に) 同分布を持つ独立確率変数の和の問題に帰着させている。これは、金融リスクから発生する損失に対して有効と思われるパラメトリックな確率モデルが存在しないため、過去データだけから将来を予測するには、独立確率変数の和が最も簡単なモデルとなるからである。しかし、同分布を持つ独立確率変数の和であっても VaR の計算は容易ではない。このことを示すことがこの論文の目的である。ただ、現在行われている VaR の計算方法に代わるものを提示することは残念ながらできず、単なる問題点の提起にとどまってしまうが、今後 VaR の計測に関して何かヒントとなれば幸いである。

さて、数学的設定をはっきりさせよう。 (Ω, \mathcal{F}, P) を確率空間とし、 $X_n, n \in \mathbf{Z}$, (\mathbf{Z} は整数の集合) は同分布を持つ独立確率変数列とする。この論文では以下の問題を考える。

問題. $N, M \geq 1$ とし、確率変数 $X_{-N+1}, X_{-N+2}, \dots, X_0$ の値を観測した時、

$$p_M(x) = P\left(\sum_{k=1}^M X_k > x\right), \quad x \in \mathbf{R}$$

の値を推定せよ。

* 青山学院大学 社会情報学部, fushiya@gmail.com