

## 研究論文

市場整合性とは何か？  
その有用性と限界

田中 周二 \*

2015年1月10日投稿

2015年4月25日受理

## 概要

市場整合性 (market consistency) という用語は、近年、潜在価値 (embedded value) 会計やソルベンシー II を巡る議論を通じて、ヨーロッパの保険業界で盛んに議論され定着するようになった概念であるが、その定義や利用法についてわが国では、いまなお関係者の十分な理解や合意を得ているという状況ではなく、多くの議論の整理が必要とされているように思われる。本稿では、「市場整合性とその評価法」についてできるだけ多くの視点からこの問題について考察し、さらに最近の文献で提案されたこの概念の数学的に厳密な取扱いの方法についても紹介する。

キーワード：市場整合性, 公正価値, ソルベンシー, 厚みのある流動的な市場, 複製, 割引率, リスクフリーレート, MVM, 出口価値, 履行価値

## 1 はじめに

本稿では、欧州の保険業界でソルベンシー II や潜在価値会計 (embedded Value), 保険契約の国際会計基準 (IFRS4) などの文脈で発展してきた市場整合性 (market consistency) の概念について考察し、この概念の有用性や限界について検討する。

市場整合性の概念は、もともとは主に米国中心に生命保険負債の資産負債管理 (ALM) のあり方の議論を通じて、保険負債の「時価評価」あるいは「公正価値」の「良い」定義の探求という問題意識から始まったものと推測されるが、その後、主に欧州においてソルベンシー II や潜在価値会計が実務上の課題になったことから、これらの枠組み形成の重要な要素概念となることで急速な発展を遂げてきた。その過程で、国際会計基準においても企業年金の債務評価における同様の議論を通じて、従来はアクチュアリー裁量的な評価基準で行われていた責任準備金の概念の見直しが進展し、保険契約の会計基準の枠組みにも採り入れられることになった。

市場整合性とは、字義どおり市場に整合的な評価を行うという意味であるが、もとより保険契約を売却する市場は証券化商品の組成や保険買取など非常に限られており、適切な価格の入手は極めて困難である。そこで保険契約のキャッシュフローを、市場で評価可能 (すなわち複製可能<sup>\*1</sup>) な部分と評価不能 (すなわち複製不能) な部分に分けて、前者は売買されている証券の複製ポートフォリオの価格とし、後者は適切なモデルを用いて評価するというハイブリッドなアプローチが考案された。

続く第2節では、保険債務の時価評価ないし公正価値に関する市場整合性以前の議論を簡単にまとめ、その後、欧州で一般的に受け入れられている市場整合性の定義について説明し、市場整合的評価を求める手続きにつ

\* 日本大学総合基礎科学研究科 Email: tanaka@math.chs.nihon-u.ac.jp

\*1 ヘッジ可能と同義。多くの文献ではヘッジ可能という表現が用いられるが本稿では複製可能という表現で統一した。

いて述べる。

第3節では、米国アクチュアリー学会の報告書(2000)を引用して金融経済学にもとづく証券の価格付けの原則と保険債務への適用について述べる。

第4節では、複製の問題に焦点を当てる。複製の概念は市場整合的評価において中心的なトピックである。市場整合的評価のための複製の概念の数理ファイナンスからの整理と実務的な複製ポートフォリオの構成方法などについて説明する。

第5節では、マーケットバリューマージンについて扱う。この問題は、国際アクチュアリー会のリスクマージンワーキンググループの報告書により詳細に検討されているが、明らかになった事実と解決すべき課題について述べる。

第6節では、市場整合性の議論の中で特に重要である割引と割引率(discount rate)の設定の問題に焦点を当てる。特に、割引率としてリスクフリーレートの果たす役割とどのように利用可能であるかについて理解を深めることが必要である。

第7節では、会計の観点から解釈される市場整合性の概念についてまとめる。国際会計基準では、資産負債法の採用により年金債務や保険債務について現在出口価格の採用の可否を巡りさまざま議論が行われてきたが、その経緯を辿ることは市場整合性の概念の理解のために有益であろう。

第8節では、最近出版された Wüthrich, Merz(2013)の著作による市場整合性概念の数理的な基礎づけを紹介する。著者が提唱する数理モデルの枠組は、市場整合性を数理ファイナンスの文脈で理解するのに有用と思われる。

第9節は前節までのまとめと残されたいくつかの課題について述べ、本稿の最終節とする。

市場整合的な保険負債評価の導入によって、保険会社のERM・リスク管理の向上に役立つことが期待されるが、一方で、その適切な定義や運用の仕方によってはグローバル金融危機のような時期にはそれが機能不全になる可能性もあり問題点も残されている。市場整合性について Kemp(2009)の著作を足がかりにして、市場整合性概念の多面的な応用の可能性と当概念を適用する場合のさまざまな課題を整理することにより、その概念の理解の深化と改善への期待を述べる。

## 2 市場整合性の概念

市場整合性(market consistency)の概念は、欧州の保険業界で独自の発展を遂げ、EUの保険リスク統一規制であるソルベンシーIIや生命保険の内部管理会計：潜在価値会計にも採り入れられ、さらにはグローバルにも近い将来には保険の国際会計基準IFRS4の適用を通じて大きな影響を及ぼすことになろうとしている。

20世紀後半までの伝統的なアクチュアリー実務では、保険債務として責任準備金(liability reserve; 欧州の表現では、技術的準備金: Technical Provision)の概念が利用されてきた。これは、伝統的な保険数理の枠組みで、利率や死亡率などの予定計算基礎率(assumptions)に基づいて将来の保険キャッシュフローを割り引いて期待値をとることにより保険契約の負債とみなす考え方であった。この保険キャッシュフローの範囲や適用方法を特定することにより平準保険料式やチルメル式などの責任準備金算定方式が考案されることとなった。ところで、この予定計算基礎は、評価時点の金融資本市場や保険市場とは関わりなく、保険料の設定時に保険会社(とそこに所属するアクチュアリー)やそれを裏付ける監督当局の規則により決定されており、その基本となる考え方は「適度の保守性」をそれぞれの計算基礎に反映させるというものであり、それにより保険会社の財務健全性(ソルベンシー)の確保が可能とするソルベンシー重視の思想が反映されていた。特に生保相互会社の場合には、有配当保険の営業保険料は事後の契約者配当による還元により実質的には軽減されるため、概算保険料の意味が小さいため大きな問題にはならなかった。

このような状況に変化を引き起こした背景としては、金融資本市場のグローバルな進展がある。従来は、国内中心の市場で活動していた生命保険業も急速にグローバルな競争市場に参入することを余儀なくされ、保険市

場の競争圧力が強まり、保険料率の自由化にともなって自社のソルベンシー評価とリスク管理を自己完結的に行うことが求められるようになった。保険会社の多くが株式会社化されると、株主への情報公開のため保険会社の損益とバランスシートを現実的な基礎にもとづく「経済価値ベース」のものに一新すべきであるという機運が高まってきた。そこで問題になるのが、保険会社が保有する資産と負債の評価である。

資産を「時価」で評価する場合には、負債も「時価」で評価しなければ、資産と負債の差額である資本（サープラス）の額は意味がない。自己資本は、会社のソルベンシー指標として最重要であるがその評価に信頼性がなくなってしまうことになる。また、資産負債管理 (ALM) を機能させるためには、資産と負債を「時価」で評価することが基本である。

F.M.Redington(1952)の古典的な論文では、もっとも単純な場合である確定的な資産・負債のキャッシュフローと一定の利力を仮定して資産と負債の差額であるサープラスの変動をモデル化して、デュレーションとコンベクシティという金利指標にもとづく資産負債管理モデルの提案を行った。Redingtonのモデルでは、まだ金融経済学の価格理論や金利の期間構造モデルも存在していなかったが、市場整合的な評価の本質的なモデルを提供している。以来、英国においては資産と負債のマッチングという考え方は生命保険業界の常識として定着したが、市場整合的評価の概念の確立には至らなかった。

市場整合的評価の前身として公正価値 (fair value) あるいは市場価値 (market value) という概念が主に米国中心に醸成されてきたのが2000年前後であり、ニューヨーク大学のIrwin T. VanderhoofとEdward Altmanの編集によるタイトルも”The Fair Value of Insurance Liabilities”(1998)と”The Fair Value of Insurance Business”(2000)という書物が相次いで出版された。この事実から推測されるように、この時代から米国の保険学者やアクチュアリーの間で保険ALMと保険債務の公正価値についての議論が深まってきたように思われる。

その当時の画期的な論文として、Robert.R Reitanoの”Two Paradigms for the Market Value of Liabilities”(2000)がある。この論文で、彼は保険債務の時価評価手法について2つの方法論を展開した。この論文で、Reitanoは保険負債の市場価値を評価する2つの方法、すなわち直接法と間接法について検討した。

**直接法 (direct paradigm)** 保険会社債務をあたかも社債のように見做すもので、保険キャッシュフローは保険契約の約定どおり支払われるものとして、その現在価値となる。このとき保険会社自体の信用力や内在する保険契約上のオプション（利率保証や契約者配当、更新権など）もキャッシュフローに反映する。

**間接法 (indirect paradigm)** この方法では時価ベースのバランスシートにおける保険負債+株主資本=資産という等式および株主資本=配当可能剰余の現在価値を代入することにより、保険負債=資産-配当可能剰余の現在価値から保険負債価値を評価しようとするものである。

間接法では、保険負債の評価としては、有形資産から株主資本の市場価格を差し引いて求めることになるが、問題は株主資本には暖簾 (franchise) とプットオプションの価値が含まれていることであり、その正確な評価とそれを除去することが一般には難しいことがある。従って間接法による負債評価は技術的には困難であると考えられるため、直接法による評価のほうが可能性がある。

直接法による評価法は、保険アクチュアリーによって開発されてきた保険数理による将来にわたる保有する保険契約群団の保険キャッシュフローの見積もり額を現在価値で評価することが出発点となり、現在の実務が利用できる。以上の直接法の枠組みから市場整合的評価のKemp[2009]による定義が生まれる。

**定義 1 (市場整合的価値)** 資産ないし負債の市場整合的価値とは、ある市場において評価時点で他の資産や負債と取引が迅速に行われるときの市場価格ないし、その評価時点で迅速な取引が行われたと仮定したときの市場価格の合理的な最善の推定値である。

さて、この定義にはいくつかのポイントがある。もっとも明らかな事実としては、資産ないし負債が市場で迅速に取引できる程度に応じて市場整合的価値をただ一つ定めることが可能である。すなわち、完全にそのよう

な市場取引が可能ならば市場価格（時価）に一致し、複製できない部分が大きくなるほどリスクの価格評価モデルに依存する度合いが大きくなる。

この迅速な取引という用語を、バーゼル委員会ではより詳しく「厚みのある流動的な（deep and liquid）」という用語で表現し、それぞれ以下のように定義している。

**定義 2（流動性と厚み）** 流動性の高い市場とは、市場参加者が小さい価格変動で大きな量の取引を迅速に執行できる市場のことをいう。厚みのある市場とは、顕著な価格変化や一定時間内でマーケットメーカーの注文金額に影響することなく取引が可能である市場をいう。

市場整合性評価の枠組には、非流動性商品の評価を行うためにできるだけ適切な厚みのある市場で取引されている金融商品の信頼できる市場価格が必要である。なぜ、厚みのある流動的な市場で得られる価格は信頼できるのだろうか。このような市場では、多くの買い手と売り手が取引を頻繁に行っているため市場で合意される証券の価値が常に更新される。もちろん個々の参加者は個々の判断によって取引するのであるが、そこで生ずる取引価格は集団的な価値判断と効用の合意の産物である。

ここで得られた価格には以下のような魅力的な性質がある。

- 重要な情報に瞬時に反応する
- 価格は加法的である
- 証券価格は売り手にも買い手にも依存しない
- 与えられた時点の価格が一意に決まる

このように、市場価格は魅力的な性質を多く有しているもののその限界も指摘されている。その1つは、厚みのある流動性の高い市場であっても「正しい価値」を示すとは限らないことである。たとえばバブル現象がある。バブルはその渦中にあるときに非合理的な熱狂状態にあるということを識別することは困難であり、事後的にその時期がバブルであったということが理解されるのである。しかし、市場はいずれは是正される。例えばバブルの渦中にあっても資産価格は大多数の合意で形成されたものであり、冷静なる第三者が、その価格を異常と判断したとしても厚みのある流動的な市場で付いた価格であれば価値を体現するものとみなさざるを得ない。<sup>\*2</sup>もし、価値からかけはなれた価格であったとしても、その価格はランダムに乖離しているのであるから、そのことが分かったとしても市場から利益を得ることは難しい。

顧客に販売される保険商品の保険料は流通市場が未発達であり、従って厚みも流動性もなく効率的でもないため市場整合的価格とは考えられない。多くの場合、保険会社は保険料に予定収益を組み込んでいる。また商品開発やマーケティングその他の活動コストはサンクコストであり、これも保険価格に含まれる。流動性と透明性がなくなるほど市場整合的な価格から遠ざかる。保険会社は投資家と契約者の橋渡しとなって、リスクを負うためその乖離幅はプラスであることが普通であるが、マーケットシェアの獲得のために損失覚悟で販売することもあるかもしれない。保険負債の移転についても同様のことが起こりうる。

市場整合性とは、現実には存在しないときでも厚みのある流動的な市場を想定するというのではない。定義により市場整合的評価を行う手続きは以下になるであろう。

- ある負債の市場整合的価値とは、まず最初に厚みのある取引がある金融商品を用いて、その負債に伴うキャッシュフローを可能な限り複製する。そのキャッシュフローで複製できなかった残余の部分は、あるモデルを用いて追加的なリスクマージンを上乘せする。従って、その負債の市場整合的価値は複製ポートフォリオの市場価格にリスクマージンの価値を加えたものになる。
- 複製とリスクマージンに用いられるキャッシュフローは、ともに評価の目的に依存する。それは、厚みの

---

<sup>\*2</sup> このようなミスプライスが起る理論的な根拠としては投資家の行動が完全に合理的ではない（限定合理性）とする立場や心理学的なバイアスのためとする立場（行動ファイナンス・行動経済学）がある。

ある流動的な市場がないとき、負債の潜在的な所有者が経営行為によってキャッシュフローに影響を及ぼすときに、負債価値に反映されることにより負債の市場整合的価格に差異が生じる。

1. 継続企業として負債を保有する保険会社の見方\*3
  2. その負債を引き継ぐであろう仮想的な保険会社の見方\*4
  3. 財務的困難のもとで負債が清算される状況における清算価値\*5
- 負債でも資産でも市場整合性評価は、商品の流動性を考慮に入れる。より厚みのある流動性の高い取引では金融商品は評価において市場価格の重要性が高くなる。より厚みがなく流動性の低い取引では金融商品の評価ではモデルによる評価が支配的になる。

いずれにせよ、この整理の仕方は証券の価格付け理論による市場に基づく評価方法 (mark-to-market) とアクチュアリアル・モデルによる評価方法 (mark-to-model) の混合物であるとも考えられるため「市場整合的」(market consistent) という用語にはそのようなニュアンスが含まれていると考えることができる。つまり、

1. リスクを複製可能なリスクと複製不可能なリスクに分離し、
2. 複製可能なリスクはできるだけ市場の情報を取り入れることとし (市場価格アプローチ; mark-to-market 手法),
3. 複製不可能なリスクについては何らかのモデルを策定して計量化を行う (モデルアプローチ; mark-to-model 手法) とする考え方である。

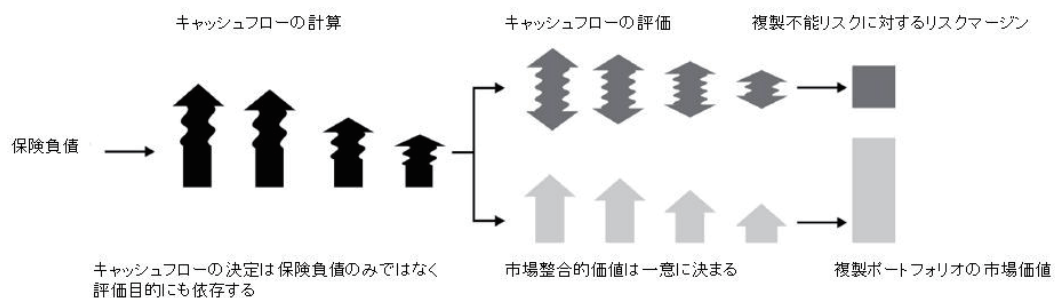


図1 複製可能/不能なキャッシュフローの区分

複製可能リスクに市場の情報を取り入れる方法の一つは負債を資産ポートフォリオによって複製してしまうことであり、これが複製ポートフォリオである。

市場整合的評価におけるもう一つの特徴は、無裁定の原理である。裁定とは、ある価格で買った資産を同時に高い価格で売却し、元手なしで確実な利益を上げる戦略のことをいう。厚みのある流動的な市場では瞬時の取引以外に裁定取引ができる可能性が小さいことは経済理論の教えるところである。更なる前提は厚みのある流動的な市場では取引コストが小さい (巨大な取引量ではないが相当の規模の取引でも) というこも意味する。無裁定の原理から以下の価値に関する公理が成立する。

1. 存在
 

どの時点でも特定の資産および負債の価値が存在する。一般的には単独の資産、負債だけでなく、そのポートフォリオとそれに付随するペイオフ (キャッシュフロー)  $a$  に対し、市場整合価値  $V(a)$  が存在することを仮定する。
2. 一意性

\*3 これが後述の会計上の履行価値の評価に結び付く。  
 \*4 これが後述の会計上の現在出口価値の評価に結び付く。  
 \*5 保険監督の立場から清算基準での負債評価に結び付く。

この価値  $V(a)$  が一意に定まるためには、市場の完備性を仮定する。すなわち、どんな評価対象の資産または負債も市場で取引されるある資産と負債の組み合わせで再構築できる。

### 3. 加法性と同次性

任意のペイオフ  $a, b$  とある定数  $k$  が存在するとき、ペイオフ  $k(a+b)$  について以下が成立する。

$$V(k(a+b)) = k(V(a) + V(b)) \quad (2.1)$$

逆に、これが成立する市場では、厚みのある流動的な市場が形成され、無裁定となり価格の一意性も保証される。また、 $V(-a) = -V(a)$  であることから、取引コストは無視できることも含意している。また、 $V(0) = 0$  である。

この金融資産評価原則は一部、資産（負債）の公正価値評価に関する米国財務会計基準審議会基準書第 157 号に反映されている。ここでは、非流動性資産（負債）についてモデルアプローチを採用することを謳っている。例えば、リーマンショックで値付けができなくなった負債担保証券 CDO のトランシェの評価ではレベル 3 評価が用いられることになる。

**定義 3（米国財務会計基準審議会基準書第 157 号）** 測定日に市場参加者が秩序ある取引において資産（負債）の対価として受け取る（支払う）金額

- 公正価値の定義は「出口価値」
- 金融資産の測定をデータや前提により 3 分類
- 金融商品の開示要件の拡大

#### ■金融資産評価の 3 分類

レベル 1 : 活発な取引市場における同一商品の価格

レベル 2 : レベル 1 の情報が得られない資産に適用活発な市場の類似取引価格非活発な市場の同一又は類似取引価格、取引価格以外の指標

レベル 3 : 開示主体が取得できる：最善の情報に基づく内部価格等

次の節では、金融経済学における資産評価を保険負債に適用する原理について説明する。

## 3 金融資産の評価原則と保険負債への適用

米国アクチュアリー学会 (American of Actuaries) の報告書 (2002) によれば、金融資産の評価は金融経済学の価格理論に従って、次の 3 段階で行うべきとされる。

1. まったく同一のキャッシュフロー（金額とタイミング）を持つ金融資産の価格は同一でなければならない (mark-to-market)。
2. 同一ではないが類似のキャッシュフローを持つ金融商品が売買されていれば、その価格に差異を反映した調整を行って求める。
3. 類似のキャッシュフローを持つ金融商品がない場合には、モデルから得られる将来キャッシュフローからリスク調整済みの現在価値を求める (mark-to-model)。

また金融経済学における基本的な評価原則は以下のとおりである。

原則 1: もし、将来キャッシュフローにリスクがなければ、リスクフリー金利 ( $r_f$  と表記) で現在に割り引く。

原則 2: 将来キャッシュフローにリスクが存在するならば、リスクの市場価格 (market price of risk) を反映し

た現在価値の計算が行われるべきである。この場合のリスク調整の方法は以下の3つがある。

1) 割引率を調整する。リスクのある金融資産のキャッシュフローは、その期待値をリスク・プレミアムを上乗せしたリスク割引率で割り引く。これをリスク調整済み割引率法 (RADR: Risk Adjustment Discount Rate) と呼ぶ。このため、リスクのある証券の価格は無リスク証券のそれに比べ低くなる。(社債と国債の価格を考えると分かりやすい) 逆に保険負債の場合には、リスクフリー金利より低い利率で割り引くので、リスクフリーの場合より高い価格となる。

$$P = \frac{E[X]}{1 + r_f + \text{リスクプレミアム}}$$

2) 確率測度を変換して評価する。割引率を調整するのではなく将来キャッシュフローの経路 (path) に対し、リスクを反映した加重で調整した確率 (リスク中立測度) で平均した期待値を求める。

$$P = \frac{E^Q[X]}{1 + r_f}, Q: \text{リスク中立測度}$$

いわゆるオプション価格理論にもとづく方法論であるが、市場の完備性を前提とする。完備市場においては金融商品のポートフォリオを連続的に組み替える動的複製を行うことで金融オプションなどの非線形的な取引でも価格を一意的に定めることができるというのが数理ファイナンスの成果である。例えば、Black-Scholes モデルを前提とすると、リスクフリー資産と株式の複製ポートフォリオがその役割を果たす。ところが、非完備市場においてはリスク中立測度は無数に存在するので一物一価の原則が成り立たない。

保険負債は金融市場で取引されない死亡率・解約失効率などのリスクを含んだ負債であり、非完備である。従って、何らかの価格付けの基準を設けなければ評価できない。

3) リスクを反映したキャッシュフローを用いる。

$$P = \frac{E[X^*]}{1 + r_f}, X^* = CE[X]: \text{確実性等価額}$$

金融経済学では、金融資産の場合には実確率測度の下での期待キャッシュフローから一定のリスク調整分を差し引き、確実性等価となるキャッシュフローを計算しておいてから、それを無リスク金利で割り引くという手続きとなる。保険負債の場合には逆に期待キャッシュフローに一定のリスク調整分を加えた確実性等価キャッシュフローを無リスク金利で割り引くことになる。

原則 3: 全てのキャッシュフローを現在価値計算に当たって考慮する。会計原則で一部のキャッシュフローのみを評価対象とすることを認めているにせよ。金融資産評価においては契約に係る取引費用や税金、配当や条件付きの金利支払いなども含めて考慮しなければならない。

前節で説明した市場整合的評価は、確実なキャッシュフローについてはリスクフリーレートでそのまま割り引き、リスクのあるキャッシュフローについてはリスク中立確率によって加重してからリスクフリーレートで割り引くという考え方であるので、この 2) の方法論を採用したものと考えることができる。

## 4 複製

これらの原則を非流動的な資産や負債に拡張する場合にはかなりの部分を複製の原理に頼ることになる。例えば、ある負債 a は非流動的な負債であるが、流動的な資産 b によって完全に複製 (ヘッジ) が可能であるとす。完全に複製可能とは、この場合符号を除き、満期までのキャッシュフローの確率分布が一致することを意味し、 $b = -a$ , すなわち  $a = -b$  が成り立つときをいう。従って負債の市場整合価値は  $V(a) = V(-b) = -V(b)$  であり、符号が逆になることを除き両者は一致する。

以上の市場整合的評価の別の定義として、複製の概念を用いて非流動的な負債の市場整合的価値は取引可能な金融商品の価格に-1 を乗じたものとすることもできる。しかしながら、より理論的に正当化するためには、複製の原理によって市場整合性を定義するのではなく複製を市場整合性の定義の結果として扱うほうがよい。

複製手法には静的複製と動的複製がある。静的複製は複製ポートフォリオを一旦構築すると負債の満期までポートフォリオを変えることなく保持する。動的複製の例としては、ブラックショールズ・モデルで、ヨーロッパ型のコール（プット）オプションを複製する場合に、原資産である株価の変化に従って安全資産と株式のポートフォリオ構成を連続的に変化させることで完全な複製が可能となったことを思い出してみればよい。

市場整合的評価には動的複製が基本となる。一般に保険商品には金融的あるいは非金融的なオプションが組み込まれているからである。金融的オプションの例としては、変額年金商品のさまざまな給付の最低保証があり、非金融的オプションの例としては解約権や更新権などがある。

一般には、負債を完全に複製することはできず大なり小なり近似に過ぎない。市場は完備である場合には、市場に存在する証券は完全に複製できる。実際には、市場は完備でなく、従って複製できないキャッシュフローが存在し、その評価には主観が入ってくる。これが不完備市場における資産の取引の本源的な不確実性の原因となる。従って、市場整合的価値はもはや一意的には決定できない。しかしながら、複製が近似的にできる場合には、一般には市場整合的価値が含まれる範囲が定まる。同一のキャッシュフローの価値は同一であるが、近似的に等しいキャッシュフローの価値は近いからである。市場整合的評価において、複製ポートフォリオを構築することは必ずしも要請されない。別の方法として、特に内在オプションの評価においては経済シナリオ生成器 (Economic scenario generator; ESG) を使ったシミュレーションによる期待値計算やリスク中立確率による解析解が用いられることもよくある。これらは厚みのある流動的な市場における金融商品をリスク中立測度による期待値を計算して求めるので理論上は複製ポートフォリオと同じ計算を行っていることになる。

一般的には、最適な複製ポートフォリオの選択を行うための2つの概念的な枠組みが存在する。

第1の概念的な枠組みは、負債キャッシュフローは厳密に複製可能な部分と複製不能な部分に分ける。複製不能な部分のリスクはリスクマージンのモデルで評価され、その期待値は最善推定値と呼ばれ、複製可能とは独立になる。結果的には、市場整合的評価は、一意的に定まる複製可能部分と複製不能部分の期待値（ゼロになるかもしれない）と複製不能部分のリスクマージンで決定されることになる。

第2の概念的な枠組みは、与えられた複製ポートフォリオの空間の中で可能な限り良い近似となる最適ポートフォリオを選択する。その空間に近似のために何らかの距離を定義する必要がある。この枠組みでは最適ポートフォリオは近似的な複製ポートフォリオとなり、残余のキャッシュフローがリスクマージンとなる。第1の枠組みは最初に複製ポートフォリオを抽出、分解するのに対し、第2の枠組みでは距離空間の中で距離を最小化するポートフォリオを選択するという手続きが異なる。どちらの方法を採用するにせよ最も精確な複製を得る唯一の方法があるわけではないので、市場整合的評価を計算する正しい方法も一つではない。複製方法の選択は、市場整合的評価の目的によって行うことになる。<sup>\*6</sup>

実際の複製がどのような証券で行われるかは例示的に以下のような分類で示される。

複製の可能性は、市場の状態によっても変化する。金融危機の時期には正常時には厚みのある流動的な金融商品の売買が困難になり、複製可能な金融商品の範囲が急速に細ることがありうる。そのような時期でなくとも大量の証券売買はマーケットインパクトにより追加的な取引コストがかかることはよく知られている。

## 5 マーケット・バリュー・マージン

マーケット・バリュー・マージン (MVM ; Market Value Margin) の評価は、負債の市場整合的評価において最も主観的な判断を必要とする。これはモデル依存であり、どのようなモデルが適切かどうかについて合

<sup>\*6</sup> 複製の実務的な方法については邦文論文では、三石 (2010) に詳述されている。



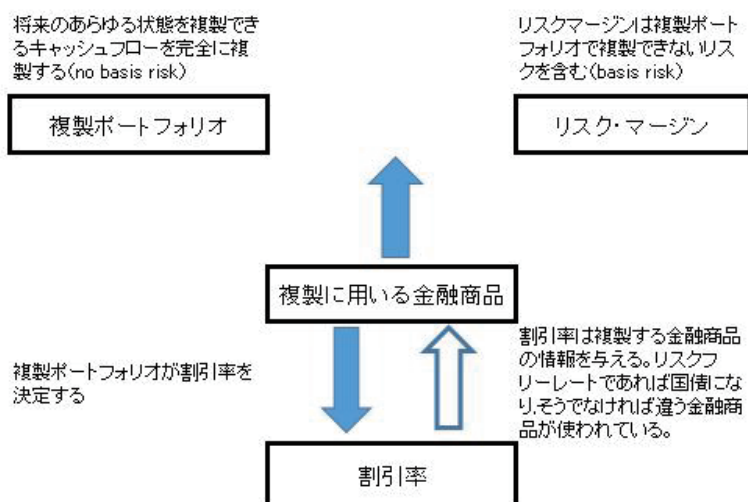


図2 複製による市場整合的価値の評価手続き（第1の枠組み）

表1 複製可能・不能な金融商品の例示

		利用する金融商品の例	
		複製可能	複製不能
リスクの種類	金的	10年物ユーロ金利 期間10年の株式オプション 契約者の合理的解約行動	60年物ユーロ金利 15年エマージング マーケットの債券 期間30年の株式オプション
	非金的	売買取引可能な カタストロフリスク 活発に取引されている 証券化されているリスク	保険リスク（死亡率、損害率など） 契約者の非合理的解約行動

意を形成することが現段階では困難だからである。実際、ヨーロッパのスイス・ソルベンシー・テストやソルベンシー II では、資本コスト法を採用することになったが、IAIS(国際保険監督者機構)より要請を受けてこの問題を検討した国際アクチュアリー会のリスク・マージン・ワーキング・グループの報告書では、資本コスト法の他に明示的計算基礎法と分位点法を併記している。そもそも保険債務の不確実性に対するリスクマージ

表2 MVM 評価モデル

手法	内容
明示的計算基礎法	基礎率に一定のマージンを含める伝統的手法であり、わが国をはじめ多くの国で採られている。死亡率や評価利率など個々の要素毎に一定の保守性（安全な方向へのブレ）を考慮する。比較可能性に乏しいとされる。
分位点法	債務額に関して一定の分布と信頼水準を定め、それを前提としたパーセンタイル値と最良推定値との差額をマージンとする考え方である
資本コスト法	全保険期間にわたって保険債務を果たすのに必要な要求資本額に等しい自己資本額を保持するために必要とされるコストとする考え方である。

ンは、株式や債券などの証券の不確実性に対する報酬であるリスクプレミアム（リスクの市場価格）に対応する概念である。株式では、市場価格データより、例えばCAPM（資本資産価格モデル）を使えば $\beta$ 値によりリスクプレミアムを推定できるし、債券においては金利の期間構造の時系列データよりある確率金利モデルを採用すれば較正 (calibration)\*7を行って、それぞれのモデルのパラメーターからリスクプレミアム（リスクの市場価格）が推定できる。

これに対して保険債務には厚みのある流動性の高い市場は存在せず、従って保険債務の価格データもないし、価格付けモデルも存在しないのでリスクプレミアムの推定もできない。従って、明示的計算基礎法や分位点法には、金融経済学的なモデルの背景はなく根拠に乏しいアドホックな手法と言わざるを得ない。

これに対し、スイス・ソルベンシー・テストやソルベンシー II で採用されている資本コスト法にはそれなりの根拠がある。資本コスト法では、善意の第三者としての保険債務の引き受け会社が存在することを前提として、その債務を引き受けるために必要な規制資本に対する資本コストの現在価値をリスクマージンとして評価するという発想にもとづく。少なくとも引受会社にとって不利益は生じない条件での買取価格とするという考え方であり、会計概念上は出口価格の発想となっている。この考え方は、厳密には規制資本である必要資本 (SCR; Solvency Capital Requirement) は実確率のもとでの VaR として決定されるので市場整合的ではないことから、厳密には経済価値ベースの評価ではないという見解もある。しかしながら、保険債務の引受リスクに対する適切なモデルが他に存在しない以上、現在考えられるモデルの中では一定の合理性のあるものと評価されよう。

具体的な計算方法は以下のとおりである。保険債務を引き継いだ保険会社は各年度にリスクに備えるためのSCRを積み立てるために資本を調達する。この場合、注意すべきなのは、必要資本のうちで複製可能な部分については、すでにリスクマージン以外に組み込まれているので複製不能リスクに対応する必要資本のみが資本コストの対象になることである。これは当該負債が満期になるまで必要とされるので、その資本コストの現在価値総額をその年度におけるリスク・マージン総額とする考え方である。すなわち、

$$t \text{ 期のリスク・マージン} = \sum_{s=0}^{\infty} [(t+s) \text{ 期における複製不能リスクに関する必要資本額} \\ \times \text{資本コスト} \times (1 + \text{リスクフリーレート})^{-s}]$$

## 6 割引

キャッシュフローの割引は、将来の発生時点ごとに貨幣の時間価値 (time value of money) を評価し、集合としてのキャッシュフローを価格に換算する目的で行われる。リスクのある証券のキャッシュフローを割り引くための割引率の選択は、金融経済学の原則によれば、そのキャッシュフローの期待値をリスクプレミアムを考慮した期待収益率で割り引くか、あるいは割引いた確率変数としての現在価値のリスク中立測度による期待値を求めるか、いずれかの方法で行われるのであった。市場整合的評価においては、後者の方法が採用されており、この場合には割引率としてリスクフリー金利のイールドカーブが使用されることになる。しかしながら、適切にリスクフリー金利を入手することは一般には簡単でない。通常は、各国の通貨にもとづく国債金利がリスクフリーとされているが国債のイールドカーブを用いる場合にもいくつかの留意点がある。

まず、日本のように割引債の市場が発達していない場合にはスポットレート（割引債利回り）は利付債の価格より推定して求めることになる。しかし、市場規制や税制、市場慣行などによって国債価格にも歪みがあることがある。さらに、超長期ゾーンでは国債が発行されていないか、十分な発行量や流通量のない場合が多い。また、この場合、外挿 (extrapolation) の方法がとられるが、実際の取引がないのであくまでも参考値でしか

\*7 元来は、実験に先立って、測定器の狂い・精度を、基準量を用いて正すこと（広辞苑第四版）であるが、リスク管理モデルの分野では目的適合性のある入力情報や計算基礎を設定するプロセスという意味で使われる。

い。ユーロ圏では、ユーロ加盟国がそれぞれのユーロ建て国債を発行しているが、それぞれの国の信用リスク（ソブリンリスク）を反映して価格差が生じている。特にリーマンショック後からギリシャ危機までの時期には大きな価格差が観察された。

一方、ユーロ圏では、銀行間の金利スワップレートがリスクフリーレートの代替として利用されてきた。しかし、金利スワップレートは銀行の信用リスクを反映しており、リスクフリーレートより数十 bp は高いと考えられており、さらに金融の混乱時期には国債金利との乖離が生ずる (basis risk)。事実、そのような場合の保険会社の資産負債ミスマッチ・リスク (ALM リスク) をどのように捉えるべきかについては十分な検討を要する。

いくつかの文献では、リスクフリーレートを求めるための2つのアプローチを紹介している。

1. 国債金利などについて a) 実質金利, b) 期待インフレ率, c) ソブリン信用リスク, d) その他の控除要素の合計と考えて調整する
2. 社債金利やスワップ金利などから a) 信用スプレッド, b) 流動性スプレッド, c) 制度要因, d) その他要因を控除する

第1のアプローチにおいては、実際にはこのような分解は困難なため制度要因などの影響が明らかな部分のみ調整を加えることしか実際にはできない。制度要因として英国では、国債と現金の GC レポ取引があり、国債にも超過スプレッドが 5-10bp 程度あるという報告もあり、事実ならその程度に応じた調整を行う必要がある。

第2のアプローチでは、金利スワップレートを使う場合には銀行間取引における信用リスクを反映すべきであるし、社債の流動性が低いことから非流動性プレミアムも考慮すべきことになろう。ただし、非流動性プレミアムの決定を合理的に行う方法論については決定打はなく、今後の研究課題として残されている。さらに、リーマンショック後は、多くのスワップ取引が担保付になっており、さらに担保コストの控除の問題が生じてきた。現在は、OIS (Overnight Index Swap) 取引と呼ばれる、一定期間の無担保コールレート (オーバーナイト物) と固定金利を交換する金利スワップ取引が活発化しており、金利スワップのどのような商品を基準とすべきかということも課題である。なお最近、シティにおいてパークレーズ銀行などの Libor 不正取引\*8が露呈したことから、スワップ金利市場そのものの信頼が失墜しているため、市場の信頼回復が優先課題である。

ソルベンシー II では、保険負債は流動性がないので何らかの非流動性プレミアムの調整も考慮されるべきだという議論があり、実際に最終段階で適切な非流動性プレミアムを加算して調整する検討が行われた。非流動性プレミアムの測定は、いくつかの研究があるものの信用リスクとの分離が難しく、特に金融危機の混乱の時期には困難であることが実証されている。非流動性プレミアムの必要性は、金融危機の混乱の時期に最も大きくなる。すなわち、社債などの資産価格は流動性の枯渇により大幅に下落するが、保険負債の市場整合的価値は割引率が、それに連動して動かないので実態以上にソルベンシーポジションが悪化する現象が発生する。これを非流動性プレミアムで対応する案が検討されたが、LTGA(Long-Term Guarantee Assessment; 長期保証契約影響度調査) \*9によって決着を見ることになった。

\*8 2012年夏に、シティで活動する複数の銀行が調達金利を不正申告し、利ザヤを長年にわたって獲得していた実態が明らかになり、一大スキャンダルとなった。

\*9 生命保険や年金のような長期保証契約について非流動性プレミアムに代わるいくつかのパッケージによって金融危機時の評価問題を緩和しようという政策パッケージの影響度を調査するもの。内容的には、反景気循環性プレミアム (CCP; counter-cyclical premium)、マッチング調整、イールドカーブの補外、経過措置からなる。CCPは、金融市場がストレス状態にあると当局が認定した場合、割引率に当局所定の金利を一律上乘せするもの、マッチング調整は資産と負債のキャッシュフローがマッチングしており、将来キャッシュフローの予見可能性が高い契約について、資産収益率に基づく割引率を使用するもの、イールドカーブの補外は一定年限までの金利は市場の値を用いるが、それより長期の年限の金利は固定的な値に収束させるというものである。CCPは最終的には、ボラティリティ調整 (volatility adjustment) という当局の判断ではなく社債スプレッドの水準により調整する仕組みに変更された。

## 7 ソルベンシー規制と会計基準の観点

保険負債評価は、各国において現在までに多様なアプローチが採用されてきた。日本では、標準責任準備金制度が採用され法定の責任準備金は平準純保険料式を基本として、保守的な計算基礎率を規制により規定するアプローチをとり、これが財務諸表の作成にも利用され、一般に公正妥当と認められる財務会計とされてきた。米国の場合には、同様のアプローチをとる法定の責任準備金と株式会社では別途、GAAP(一般に認められた会計原則)の保険財務会計に従う責任準備金があり、いずれも「繰り延べ法」を前提とした会計方式を採用してきた。

スイス・ソルベンシー・テストやソルベンシー II における保険負債評価は市場整合的評価を前提とする。ソルベンシー規制の観点からは、保険会社の財務健全性評価のためにはバランスシート全体として評価が可能であればよく、負債と資本の区分を明確にしなくても足りるとし、各国の法制上の責任準備金を認めようとする考え方が主流であった。しかし、やはり保険負債の定義は重要であることが再認識され、ソルベンシー規制のための各国共通の責任準備金の概念として市場整合的負債評価が採用されるに至った。

例えば、ソルベンシー II<sup>\*10</sup>では、

- 資産は、アームスレンクス取引 (Arm's Length Transaction)<sup>\*11</sup>において、知識のある自発的な当事者間で、資産が交換される金額を用いて評価される
- 負債は、アームスレンクス取引において、知識のある自発的な当事者間で、負債が移転もしくは清算される金額を用いて評価される

としている。これにより、資産が負債を上回る純資産が定義され、この変動によってはじめて保険会社の財務上のリスクが定義されることとなった。この負債の移転という内容が、保険会計における出口価格の概念に依拠している。

この動きに平仄を合わせるように国際会計基準も市場整合的価値を採用することになった。多くの伝統的な会計基準では責任準備金の評価が「繰り延べ法」に依拠しているのに対し、国際会計基準では「資産負債法」を採用する。この会計では、資産と負債は公正価値で評価して、純資産=資産-負債の増減を損益と観念することが基本となる。2011年5月に公表されたIFRS13号では、公正価値を「測定日において市場参加者間の秩序ある取引により、資産を売却して受け取るまたは負債を移転するために支払う金額」と定義している。本稿では、公正価値概念の変遷には触れないが、国際会計基準における市場整合性評価との関連において説明する。

国際会計基準では、保険負債の評価における基本的なアプローチとして検討が始まった当初の2007年には「現在出口価値」が提唱されたが、2010年より「履行価値」を採用する方向に方向転換した。出口価値は「保険契約を第三者に移転する」ことを前提とする評価であり、<sup>\*12</sup>履行価値は「当該保険会社が保険契約上の義務を履行する」<sup>\*13</sup>という前提での評価ということになる。出口価値は、公正価値の考え方に近く市場整合的評価とは親近性が高い。履行価値においても貸借対照表上はその評価手法は大きくは変わらないが損益計算書上はサービスマージンという調整項を設けて初年度の利益を繰り延べる原価法的な手法を採り入れることになり、公正価値概念適用の一部修正となっている。

保険負債の会計基準の設定で大きな議論を巻き起こしたテーマの1つに保険会社が発行した保険債務に保険会社の信用度を反映すべきかどうかという論点がある。例えば、当該保険会社が社債を発行する場合には当然

<sup>\*10</sup> Article 75 of the Solvency II Framework Directive

<sup>\*11</sup> 双方が対等な立場で行う取引。客観的かつ第三者間における公正な取引との意味合いがある。

<sup>\*12</sup> IASB(2007)の表現では、現在出口価格とは「保険者が報告日に残存する契約上の権利と義務を別の企業に直ちに移転する場合に保険会社が支払うと見込まれる金額」である。

<sup>\*13</sup> 保険契約によって創出されるネットの債務を履行するために必要とされる資源の現在価値の企業の現時点の見積もり。

表3 出口価値と履行価値の比較

	内容	備考
出口価値 アプローチ  保険契約 DP パラグラフ 60,93,104	<ul style="list-style-type: none"> <li>・保険契約の権利と義務を直ちに他の企業に移転するための対価として保険者が支払うことを見込む額</li> <li>－金利等の市場が存在するアサンプションについては、市場と整合的なものを用いる</li> <li>－サービスのコスト等、市場が存在しないアサンプションについては、平均的な移転先企業で必要とする額を想定する</li> <li>・IASBによると、出口価値と公正価値について、同一かどうかは判断できないが重要な差異は確認できないとしている</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・保険契約プロジェクトの開始時期から、2007年のディスカッションペーパー公表時にかけて採用</li> <li>・同時期、金融商品会計においても、「公正価値」アプローチを志向</li> <li>・公正価値とは、「市場参加者間の秩序ある取引において、資産を売却するために受け取るであろう価格または、負債を移転するために支払うであろう価格」</li> </ul>
履行価値 アプローチ  保険契約 再公開草案 パラグラフ 22,BCA22	<ul style="list-style-type: none"> <li>・保険契約者への給付金及び保険金の支払いによって一定期間にわたり直接的に保険契約を履行すると予想している事実を反映する方法で測定した額</li> <li>－キャッシュフローについては、自社の視点を反映するとしているが、市場があるものについては、観察可能な市場価格と整合的なものとするを要求</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・2010年の公開草案から採用</li> <li>・IASBは2009年に、新しい金融商品基準を策定したが、そこでは、金融資産の特性に応じ償却原価と公正価値のいずれかを用いることとしている</li> </ul>

のことながら社債の価格には保険会社の信用度が反映される。問題は、社債と保険債務との違いがどこにあるかという問題でもある。

保険債務の信用リスクは、保険料のミスプライシングや経験率の大幅な変動などによってもたらされる倒産や債務不履行であるが、多くは会社の資産と負債のバランスから生ずるものであり保険契約自体から生ずる問題は少ないと考えられている。

もし、保険債務の評価に信用リスクを反映させるとしても、それは割引率を通じてではなくリスクマージンの構成要素の一部として評価すべきであろう。また、保険監督上の立場からは、信用度の低い会社にとって保険債務評価が低くなることは、リスク管理意欲を減退させモラルハザードを生じさせるとして保険監督者機構 (IAIS) は強く反対した。

純粋な理論的立場では信用リスクの反映は排除するものではなく保険会社の倒産や債務不履行のデフォルトオプションの存在とその評価は肯定されるが、保険会計上は信用リスクを反映しないことになっている。

最後に、市場整合的な潜在価値会計 (MCEV; market-consistent embedded value)<sup>\*14</sup>に用いられる保険負債評価はどのような位置づけになるであろうか? Kemp(2009)によれば、ソルベンシー II の評価基準とは評価目的が異なるため違うものになるだろうと言う。潜在価値会計においては、株主の観点を重視しなくてはならないので保険会社のデフォルト・プット・オプションの価値を適切に反映することが望ましく、リスクフリーレートよりも標準的な信用スプレッドを反映したものが望ましい。また、契約者行動についても過度に悲観的な見方は不適切であるので「正常時シナリオ」を用いるべきであるが、ソルベンシー評価では「ストレスシナリオ」を反映すべきとしている。

\*14 ヨーロッパでは、比較可能性や透明性で問題のあった伝統的な潜在価値会計、ヨーロッパ潜在価値会計を経て市場整合的な潜在価値会計のガイドラインが作成され、多くの会社がこれに従って開示している。

## 8 市場整合性評価の数学モデル

最近、市場整合的な保険負債評価を厳密に数学的に定式化する試みが行われるようになってきた。ここでは、Wüthrich, M.V., Bühlmann, H., Furrer, H. (2000), Wüthrich, M.V., Merz, M. (2013) で展開された市場整合的価値の負債評価モデルを紹介し、生命保険数理の新しい展開の方向性を探ることにしたい。

伝統的な保険数学は、利率は一定とし、死亡率を年齢の確定的な関数とするモデルを基本とした。その後のGerber(1997)などの保険数学の教科書においても、平均余命を確率変数とする拡張が行われ確率論的保険数学と呼ばれた。しかし、利率は一定の前提はあえて踏襲し、その理由を以下のように説明した。

将来の利率は、本来不確実であるから、将来の利率を確率過程として扱うことも考えられる。しかしGerber(1997)ではそのような立場をとらなとして、2つの根拠を示した。

1. 生命保険は超長期の利率と関係しており、利率を長期的に予測するモデルは確立されていない。
2. 被保険者の余命が実質的に独立であることを認めれば、予定利率が一定ならば総和は積みこみの計算で簡単に求められるが、利率が変動する場合は簡単ではない。

このような状況は、経済価値ベースのソルベンシー規制の導入が議論される中で一変した。保険数学を数理ファイナンスの成果を採り入れることによって一新し、保険料の決定だけでなく貸借対照表上の保険負債、資本を包括的に取り扱い、リスク管理の枠組みを与える理論的な基礎付けを行うニーズが高まってきたのである。これを、統合貸借対照表評価アプローチ (full balance sheet valuation approach) と呼ぶ。そこでは、資産を公正価値、保険負債を市場整合的価値で評価し、現在と1年後の資本の変動をリスクと捉えてソルベンシー評価を行うことができる。<sup>\*15</sup>

資産・負債の評価は離散モデルでフィルター付確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F})$ 上の確率変数として、キャッシュフローベクトル $\mathbf{X} = (X_0, X_1, \dots, X_n)$ 、と状態価格デフレーター $\phi$ を与えることによって可能となる。資産評価については、数理ファイナンスの資産価格の基本定理の成果を利用でき、状態価格デフレーターを与えると同値マルチンゲール測度の存在が保証され無裁定性と価格の一意性が証明される。

$$Q_t[\mathbf{X}] = \frac{1}{\phi_t} \mathbb{E} \left[ \sum \phi_k X_k | \mathcal{F}_t \right]$$

特に割引債についての価格付けが可能になり、いろいろな確率金利モデルに対し具体的なリスクの市場価格を与えるモデルも提案される。時点 $t$ における満期 $m$ の割引債の価格 $P(t, m)$ を考えると、

$$P(t, m) = Q_t[\mathbf{Z}^{(m)}] = \frac{1}{\phi_t} \mathbb{E} [\phi_t | \mathcal{F}_t]$$

保険負債モデルでは、フィルトレーション $\phi$ を資産 $\phi^A$ と負債 $\phi^T$ に分けて使い分けて市場整合的評価を導く道具とする。それぞれが独立であると仮定する基本モデルでは $\phi = \phi^A \phi^T$ となり、評価モデルの展開が容易になる。このとき、保険キャッシュフローベクトル $\mathbf{X} = \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{U}$ は保険可測の確率変数 $\mathbf{\Lambda}$ と金融可測の確率変数 $\mathbf{U}$ の内積になり、保険負債の市場整合的評価のうち最良推定負債は、以下の手続きにより定義できる。すなわち、時点 $t$ からの負債キャッシュフロー $\mathbf{X}_{(t+1)} = (0, \dots, 0, X_{t+1}, \dots, X_n)$ から保険可測な確率変数の $\phi^T \equiv 1$ ときの時点 $t$ での保険フィルトレーションによる条件付き期待値を係数とする金融可測の確率変数の線形結合への写像 $Vap_{ot}$ をまず定義して、

$$\mathbf{X} \mapsto Vap_{ot}(\mathbf{X}) = \sum_k \mathbb{E} \left[ \Lambda^{(k)} | \mathcal{F}_t \right] \mathfrak{A}^{(k)}$$

<sup>\*15</sup> 以下の議論はより詳しく付録Bで解説している。

さらに  $Vapo_t(\mathbf{X})$  から金融可測な確率変数の状態価格デフレーター（保険負債では以下、確率的ディストーションと呼ぶ） $\phi^A$  による条件付き期待値をとったものが最良推定負債となる。

$$Vapo_t(\mathbf{X}) \mapsto Q_t^0[\mathbf{X}] = \sum_k \mathbb{E} \left[ \Lambda^{(k)} | \mathcal{F}_t \right] U_t^{(k)}$$

一方、 $\phi^T \neq 1$  として保険の価格付けのための状態価格デフレーターを選択して、上と同じ計算を行うと  $Vapo_t^{prot}$  という写像が定義され、状態価格デフレーター  $\phi^A$  による条件付き期待値をとったものが割増負債評価となる。リスク回避的な投資家を前提とすると、 $\phi^T$  と保険可測な確率変数は相関が正となり、この場合には割増負債評価  $>$  最良推定負債の関係が成立する。この差額がマーケットバリューマージンとして定義されることになる。

さらに、実際上は多くの商品を保有する生命保険会社は非常に複雑な内在オプションを含む保険負債を評価する必要があるが、負債キャッシュフローの複製を完全に行うことは実務的に困難である場合も多い。第4節で説明した複製の第2の概念的な枠組みでは最良近似ポートフォリオを複製ポートフォリオとみなすアプローチを紹介したが、数学的には十分大きな要素数  $K$  の有限のシナリオ集合  $\Omega_K \subset \Omega$  もとで適当に定義された距離  $\text{dist}(\cdot, \cdot; \Omega_K)$  のもとで  $\text{dist}(\mathbf{X}_{(t+1)}, \mathbf{Y}_{(t+1)})$  が最小値をとる  $\mathbf{Y}_{(t+1)}$  として最良近似ポートフォリオを求めることができる。

このようにして、市場整合的保険負債の数理ファイナンスにもとづく定式化が可能となる。しかし、実際の評価をこの枠組みで行うためには、ディストーション  $\phi^T$  をどのように決定するのかという根本的な問いに答える必要がある。これは、保険負債の移転を受け入れる保険会社の効用に依存すると考えられるので、何らかの合理的な推論にもとづいてさらに検討を要する課題となる。ソルベンシー II で採用した資本コスト法は、その一つの解答である。

## 9 結論と残された課題

本稿における、市場整合的評価の概念について要約すると以下のとおりである。

- 厚みのある流動的で透明な取引が行われた金融商品の市場整合的価値は、市場で交換される市場価値に近い価格である。そうでなければ裁定機会が存在することになる。
- 負債の市場整合的価値は、負債のキャッシュフローの（動的）複製に用いられる資産の選択により決定される。
- 負債の市場整合的価値は、概念上は厚みのある流動的で透明な取引が行われ、それゆえ信頼できる市場価格が観察される金融商品の複製に基づいている。
- 負債のキャッシュフローは概念上は2つの部分に分解される。それは、(i) 完全に資産により複製可能である部分、(ii) 残余の部分である。
- 市場整合的評価は、最初の部分を複製する資産ポートフォリオの市場価格と複製不能部分で決まるリスクマージンの合計である。
- 規制上の目的から、保険者は資産のキャッシュフローが資産のキャッシュフローから乖離するリスクのバッファのため負債の満期まで資本を保有しなければならない。故に保険負債が複製不能部分のリスクのバッファのために資本コストの期待値として追加的なマージンを確定することは当然である。リスクマージンは複製資産の選択だけでなく保険負債によっても、あるいは保有する資産・負債のポートフォリオのリスクによって決定されることになる。

市場整合的評価は、欧州の保険業界で発展してきた概念であるが、従来の保険数学の枠組みを変革する重要な概念となりつつある。Kemp(2009)では、この概念は、保険負債の評価にとどまらず、流動性に乏しいあらゆる資産や派生商品などにも適用できるし、またポートフォリオ構築や資産運用にも適用可能であり、価値の評価

だけではなくリスク管理においても市場整合的な評価を行うべきであると主張する。現在のリスク管理ではバリューアットリスクのようなリスク尺度に実測度が使われているが、完全に市場整合的にするには、リスク測定もリスク中立測度を用いて市場整合的に評価すべきだとする主張である。

市場整合的な評価を、厳密に定式化するには数理モデルを構築する必要があるが、Wüthrich 達のモデルはその試みであり、ソルベンシー II の枠組の理論的基礎付けを与えている。しかしながら、現実の適用に当たっては困難な課題も残っている。まず、市場が存在しない（あるいは、わずかな取引実績しかない）商品の価格付けは評価者の主観が入る余地があり、大方の合意が得られる客観性をどのように採り入れるかが課題である。すなわち、前節で述べたディストーション  $\phi^T$  をどのように決定するかという問題である。また、バブル現象や市場の失敗などの現象に見られるように市場に全幅の信頼を置くことにも警戒しなくてはならないという観点もある。

以下、重要と思われる残されたいくつかの課題について述べる。

1. まず、市場整合性評価の基本となる価格理論そのものに関する疑問である。公理によれば、同次性  $V(ka) = kV(a)$ ,  $k \in \mathbb{R}$  が成り立つことになっている。この公理では、 $a$  の規模については何も問うていない。しかし、非常に小さい限界的な取引や逆に巨額の取引について同じ価格付けされていると考えるのは非現実的である。
2. 次に流通市場が未発達な市場では、一般に市場参加者は、決して均質的ではなく、取引も頻繁に行われず価格形成にも歪みが生ずると考える方が自然である。このような市場の価格付けはゲーム論的な売り手と買い手の交渉力などの要因が関係すると考えられるが、客観的な市場整合的な評価を行うことは簡単ではないことは容易に想像される。保険契約の場合は、通常、個人ないし企業と保険会社の取引であり、保険会社の買収や再保険市場や証券化商品など部分的な売買が行われるだけであるので、このケースに当たると。
3. Kemp(2009) はその著書で、市場整合性の数理モデルに対して以下のような批判を行っている。
  - 保険市場における評価が「市場化」されていない段階で評価を行うことは評価者の不適当な主観的な評価となっていないか。少なくとも保険会社と契約者との合意にもとづく価格は、再保険者や投資家などのプロ市場の評価とは異なるかもしれない。
  - 市場整合的な評価において、保険リスクを実測度で行うことは常に正しいと言えるのか？ Kemp(2009) では、これらの流動性に乏しい資産をどのように価格付けし、資産と負債の評価の整合性をとるべきかについて論じている。大きな問題は、市場整合評価と実世界の評価に大きな乖離が存在する可能性があることである。Hosty et al(2007) では英国のリバースモーゲージ市場における NNEG(no negative equity guarantee; 将来の担保不足に対する保険) のプライシングが 5-7 倍も違うという例を発見した。このような差異が生ずる原因は一旦楽観的な価格が定着すると引き上げることが困難になるという市場特性による。市場整合的な評価は、この例のように大きな誤りを冒すリスクがある。
  - また、同じことであるが発達途上にある市場において、「実世界」評価と「市場整合」評価の間には大きなギャップがあり、その選択効果を是正しなければならないがよい方法が開発されていない。
4. 割引率について多くの論点が残されている。超長期ゾーンにおける外挿の問題、特に長期の均衡金利水準 (UFR; ultimate forward rate) の決定と長期ゾーンとの接続の問題はいろいろな意見がある。

さらに市場整合評価には残された多くの課題があるが、欧州の実験については今後も注視し、採り入れるべき点があれば学んでゆく必要があるだろう。



## 参考文献

- [1] 大岡英興・長野哲平・馬場直彦 (2006), 「わが国 OIS (Overnight Index Swap) 市場の現状」, 『日銀レビュー』, 金融市場局, 2006.8
- [2] 荻原 邦男 (2013), 「保険契約会計基準は保険会社の primary picture を描きうるか～保険契約会計基準の再公開を巡って～」, 『ニッセイ基礎研レポート』, 2013.11
- [3] 金融庁金融研究研修センター (2008), 「欧州の先進的な保険リスク管理システムに関する研究会報告書」, 2008.9.9
- [4] 日本アクチュアリー会 (2013) 「経済価値ベースのソルベンシー規制に係る技術的検討 諸外国等の規制動向」, 2013.8
- [5] 三石 宣史 (2010), 「生命保険事業における複製ポートフォリオの応用」, 『リスクと保険』, 第 6 号
- [6] American Academy of Actuaries(2002), "Fair Valuation of Insurance Liabilities: Principles and Methods"
- [7] Brigo D, Mercurio F. (2006), *Interest rate models - theory and practice, 2nd ed.*, Springer,
- [8] CEIOPS(2007, 2008, 2012), "Solvency II Technical Specifications for QIS3/QIS4/QIS5"
- [9] CFO Forum(2008), "Market Consistent Embedded Values Principles"
- [10] Delbaen F, Shachermeyer W (1994), "A general version of the fundamental theorem of asset pricing", *Math Ann* 300:463-520,
- [11] Ernst Young(2008), "The meaning of market consistency in Europe"
- [12] Gerber Hans U. (1997), *Life Insurance Mathematics, 3rd ed.*, Springer; 「生命保険数学」, スプリンガー・ジャパン, 山岸義和訳, 2007
- [13] Groupe Consultatif(2012), "An actuarial view of market consistency", *Solvency II Wire*, <http://www.solvencyiiwire.com/>,
- [14] Hosty, G.A., Groves, S.J., Murray, C.A., and Shar, M., (2007) "Pricing and risk capital in the equity release market"
- [15] IAA(2004), "A Global Framework for Insurer Solvency Assessment"; 「保険者ソルベンシー評価のための国際的枠組み」, 日本アクチュアリー会会報 216 号, 2004
- [16] IAA Risk Margin Working Group(2008), "Measurement of Liabilities for Insurance Contracts: Current Estimates and Risk Margins"; 「保険契約に係る負債の測定; 現在推計とリスク・マージン」, 会報別冊第 241 号, 日本アクチュアリー会保険会計部会 (生保・損保)
- [17] IASB(2007), "Discussion Paper: Preliminary Views on Insurance Contracts. Part I/II",
- [18] Institute of Actuaries, Faculty of Actuaries(2001), "The Fair Valuation of Liabilities"; 「負債の公正価値評価」, 日本アクチュアリー会会報別冊 218 号, 2004
- [19] Institute of Actuaries(2004), "MARKET CONSISTENT VALUATION OF LIFE ASSUMNCE BUSINESS"; 「生命保険事業の市場整合的価値評価」, 日本アクチュアリー会会報 230 号, 2007
- [20] Kemp, M. (2009), *Market consistency; Model Calibration in Imperfect Markets*, Wiley Finance,
- [21] Redington, F.M. (1952), "Review of the Principles of Life-Office Valuations", submitted to the Institute
- [22] Reitano, R.R. (2000), "Two Paradigms for the Market Value of Liabilities", *North American Actuarial Journal*,
- [23] SFOPI(2004), "White Paper of the Swiss Solvency Test", , November
- [24] Tanaka, S. and Inui, K., "Market-Consistent Valuation of Insurance Liabilities with special emphasis on illiquidity risk premium and Insurance ALM in Japanese context", *Asia Pacific Risk and Insurance*

Association, 2011

- [25] Vanderhoof, I.T. Altman E.(1998), *The Fair Value of Insurance Liabilities*, The New York University Salomon Center Series on Financial Markets and Institutions, Kluwer Academic Press
- [26] Vanderhoof, I.T. Altman E.(2000), *The Fair Value of Insurance Business*, The New York University Salomon Center Series on Financial Markets and Institutions, Kluwer Academic Press,
- [27] Wüthrich, M.V., Bühlmann, H., Furrer, H.(2000), *Market-Consistent Actuarial Valuation*, EAA Lecture Notes, Springer,
- [28] Wüthrich, M.V., Merz, M.(2013), *Financial Modeling, Actuarial Valuation and Solvency in Insurance*, Springer Finance,

## 付録 A : 用語

この付録 A では、読者の便宜のために、市場整合性の概念の理解のために特に重要な概念用語を解説する。<sup>\*16</sup>

**市場整合的 (Market - consistent)** 実務上は、使用される計算基礎およびアプローチに基づき、観察可能な限り、市場の変動に感応的である。理論上は、市場参加者が使用するであろう計算基礎およびアプローチに基づき、観察可能な限り、市場の変動に感応的である。

**複製 (Replication)** 求めるべき価値を同等の 1 つあるいはそれ以上の取引の市場価格の観察を通じて値付けするように、同等の手段を通じて、信頼性の高い価格を割り当てることができる方法。

**ヘッジング (Hedging)** 活発な市場が存在するかどうかにかかわらず、複製された対象を保有することによるリスク軽減技法。完全ヘッジは、保有されている対象が厳密に対応しているものであり、部分ヘッジ、不完全ヘッジは、対応する対象が正の相関を持つが、厳密には対応していない。

**流動性 (Liquidity)** 保有者が要求時に現金または現金同等物に転換できる程度を示す、資産の特性である。負債については、負債の引受人に短期間の通知で債務の決済を要求することができる程度である。

**経済価値 (Economic Value)** 経済的用語で表現可能な価値。不確実性は、企業がそれを削減するために対価を支払う用意がある場合（例えば保険）、または、それを増加するために対価を支払う用意がある場合（例えばギャンブル）に経済価値を有する。

**公正価値 (Fair Value)** 取引の知識がある自発的な当事者間で、独立第三者間取引により、資産が交換され、または負債が決済される金額 [IAS 第 32 号パラグラフ 11]。

**出口価格 (Exit value)** ある契約に基づく未決済の権利と義務を他の企業に譲渡するとした場合に、現時点において保険者が支払う、あるいは受け取ると予想される金額。

**履行価値 (Fulfilment value)** 保険契約によって創出されるネットの債務を履行するために必要とされる資源の現在価値の企業の現時点の見積もり [IASB IFRS4 再公開草案 2013.6]。

**資産 (Asset)** 「資産が有する将来の経済的便益とは、企業への現金および現金同等物の流入に直接的にまたは間接的に貢献する潜在能力をいう。その潜在能力は、企業の営業活動の一部をなす生産能力であるかもしれない。また、その潜在能力は、現金もしくは現金等価物への転換可能性、またはキャッシュ・アウト・フローを減少させる可能性であるかもしれない。」(IFRS の財務諸表の作成および表示に関するフレームワーク、パラグラフ 53)

**資本 (Capital)** 企業の負債を上回って利用可能な資源の金額で、企業の純資産と呼ばれる場合もある。

**経済資本 (Economic Capital)** 経済資本とは、保険者のリスク、それらの関係および適切なリスク軽減の経済的評価から決定される保険者のリスク耐一性と事業計画を満足するために必要な資本金額である

<sup>\*16</sup> 用語集は主に「保険契約に係る負債の測定；現在推計とリスク・マージン」、会報別冊第 241 号、日本アクチュアリー会保険会計部会 (生保・損保) を参照して作成した。

**規制資本 (Regulatory Capital)** 規制資本(規制上の所要資本)とは、監督官庁が保険会社を支配下に置くなど、当該保険金杜にとって不利な措置を要求することなく、事業を存続するために最低限必要とされる資本金額を指す。

**資本コスト (Cost of Capital)** 一定の水準のヘッジ不能リスクの弓 1 受に対して保険者が資本の投資により得る金額に加えて市場が要求するであろうリターンの金額。

**負債 (Liability)** 企業により履行されるべき任務の原因となる、他の企業に対するある企業の法的な関係を示す用語「債務 (obligation)」の同義語であるか、または、主として会計上の観点から、報告目的において債務の測定を示す用語である。会計上は、「過去の事象から生じた企業の現在の債務で、その決済により、経済的便益を有する資源が企業から流出すると予想されるもの」と定義されている [IAS 第 37 号、定義]。

**技術的準備金 (Technical provision)** (「負債 (liability)」も参照。) 1 保険契約に起因して生じる負債に見合うように貸借対照表上で引き当てられた金額。1 技術的準備金には、支払備金(既報告、未報告を問わず)、経過保険料準備金、未経過リスク準備金、生命保険準備金、および生命保険契約に関連するその他の負債(例: 保険料預り金、有配当契約の契約期間にわたり積み立てられた貯蓄部分)などが含まれる [IAIS 用語集]。

**債務 (Obligation)** 契約上の約束あるいは法的または規制上の要件に起因する義務。会計上は、「ある一定の方法で実行または遂行する義務または責任」である。債務は、拘束力のある契約または法定要件の結果として法的に強制される場合がある。しかしながら、債務は、通常の商取引慣行、慣例、および良好な取引関係を維持したい、あるいは公正に行動したいという要望に起因して生ずる場合もある [財務諸表の作成および表示に関するフレームワーク パラグラフ 60]。

**リスクマージン (Risk margin)** (「現在推計を超えるマージン」とも呼ばれる) 保険リスクに関連するリスクおよび不確実性に関連する負債の部分。特定の測定手法に基づいて、ある属性に伴う保険リスクに内在する不確実性の評価を反映する金額あるいはマージン。

**資本コスト法 (Cost of capital method)** 債務の履行に必要な資本の保有コストに基づいて算定されるリスク・マージンを推計するために用いられる手法。

**明示的計算基礎法 (Explicit assumption)** 負債の測定に含まれるリスク・マージンを見積もる際に用いられる手法。明示的計算基礎法においてマージンは、主要な計算基礎毎にそのリスクを明示的に見積もる。

**分位点法 (Quantile method)** 確率分布の関数としてリスク・マージンが直接に表される手法群の 1 つ。この用語は、「バリュー・アット・リスク (VaR)」や「信頼水準法」として知られる、この種の手法群のうちの特定の手法を指すものとしてことも用いられることがある。この手法群では期待値と分布の特定の分位点(パーセンタイル)間の差がリスク・マージンとなる。

**スワップレート (Swap rate)** 金利スワップは、2 つのカウンター・パーティが事前決定した想定元本に基づいて、多くの連続する期間の各々に開始する、変動金利と固定金利を交換する契約である。

**契約者行動 (Policyholder behavior)** 保険契約者が契約上利用可能なオプションを選択する行為。

**IAA** 国際アクチュアリー会 (International Actuarial Association)

**IAIS** 保険監督者国際機構 (International Association of Insurance Supervisors)

**IASB** 国際会計基準審議会 (International Accounting Standards Board)

**IFRS 第 4 号 (IFRS4)** 国際財務報告基準第 4 号「保険契約」

**トータル・バランス・シート (Total balance sheet)** (「総所要財源総額 (total financial resource requirements)」とも呼ばれる) 監督当局によって定められた測定アプローチによる技術的準備金および企業の所要資本の合計額。

## 付録 B : 市場整合的評価の数学的表現

### 数理モデルの導入

[記号など] フィルター付確率空間,  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F})$  を仮定。(以下, 簡単のため離散モデルで説明する。)

- $\mathbf{X} = (X_0, X_1, \dots, X_n)$ , 金融や保険のキャッシュフローを表す  $\mathbb{F}$ -適合な  $L_{n+1}(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F})$  の確率変数
- $L_{n+1}(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F}) \Leftrightarrow 1)$  各  $k$  について  $X_k$  は  $\mathcal{F}_k$  可測,  $2)$   $\mathbb{E}_P[X_k]$  が存在
- 割引債 ( $ZCB$ ) のキャッシュフロー  $\mathbf{Z}^{(m)} = (0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^n$ ,  $1$  は  $(m+1)$  番目の要素

定義 4  $(n+1)$  次元の確率変数ベクトル  $\mathbf{X} = (X_0, X_1, \dots, X_n)$  は,

- 1 非負 ( $\mathbf{X} \geq 0$ )  $\Leftrightarrow X_k \geq 0$   $P - a.s.$  for all  $k$
- 2 正值 ( $\mathbf{X} > 0$ )  $\Leftrightarrow \exists k$  s.t.  $\mathbb{P}(X_k > 0) > 0$   $P - a.s.$
- 3 狭義正值 ( $\mathbf{X} \gg 0$ )  $\Leftrightarrow X_k > 0$   $P - a.s.$  for all  $k$

状態価格デフレーターにより, 資産価格を評価する。  $Q$  を  $\mathbb{F}$  適合で二乗可積分のキャッシュフロー  $\mathbf{X}$  の空間  $L_{n+1}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F})$  上の正值線形汎関数で,  $Q[\mathbf{Z}^{(0)}] = 1$  を満たすものとする。 Riesz の定理により, 狭義正值  $\mathbb{F}$  適合の確率変数ベクトル  $\phi = (\phi_0, \dots, \phi_n) \in L_{n+1}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F})$ ,  $\phi_0 \equiv 1$  で以下を満たすものが  $P - a.s.$  で唯一存在する。

$$Q[\mathbf{X}] = \mathbb{E} \left[ \sum \phi_k X_k \right] \text{ for all } \mathbf{X} \in L_{n+1}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F})$$

保険キャッシュフローの場合には  $L^2$  空間は制約が強いため,  $L^1$  空間に緩和する。

定義 5  $\phi = (\phi_0, \dots, \phi_n) \in L_{n+1}^1(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F})$ ,  $\phi_0 \equiv 1$  は  $Q[\mathbf{Z}^{(0)}] = 1$

保険数学では状態価格デフレーター (state price deflator) あるいは確率的ディストーション (stochastic distortion), 数理ファイナンスでは金融価格カーネル (financial pricing kernel), 金融経済学では状態価格密度 (state price density) あるいは確率的割引ファクター (stochastic discount factor) という用語が用いられることが多いが, 概念的には同一のものである。

状態価格デフレーター  $\phi$  を固定し, この  $\phi$  によって価格付けが行われる  $\mathbb{F}$ -適合なキャッシュフローの空間を

$$\mathcal{L}_\phi = \left\{ \mathbf{X} \in L_{n+1}^1(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathbb{F}); \mathbb{E} \left[ \sum \phi_k |X_k| | \mathcal{F}_0 \right] < \infty \right\}$$

このようにして状態価格デフレーター  $\phi$  に対するキャッシュフロー  $\mathbf{X} \in \mathcal{L}_\phi$  の時点 0 における価格は,

$$Q_0[\mathbf{X}] = \mathbb{E} \left[ \sum \phi_k X_k | \mathcal{F}_0 \right]$$

となる。次に, 時点  $t$  における価格として,

$$Q_t[\mathbf{X}] = \frac{1}{\phi_t} \mathbb{E} \left[ \sum \phi_k X_k | \mathcal{F}_t \right]$$

を定義する。このとき,  $(\phi_t Q_t[\mathbf{X}])$  は,  $(\mathbb{P}, \mathbb{F})$ -マルチンゲールであることが証明され, 資産価格基本定理 (FTAP) が成立するための必要十分条件となる。

### リスクフリーレートと割引債

特に, 時点  $t$  における満期  $m (t \leq m \leq n)$  の割引債の価格  $P(t, m)$  を考えると,

$$P(t, m) = Q_t[\mathbf{Z}^{(m)}] = \frac{1}{\phi_t} \mathbb{E} [\phi_t | \mathcal{F}_t]$$

であることから,  $R(t, t+1), Y(t, t+1)$  を連続複利スポットレート, 年複利スポットレートとすると,

$$P(t, t+1) = e^{-R(t, t+1)} = (1 + Y(t, t+1))^{-1} = \frac{1}{\phi_t} \mathbb{E}[\phi_t | \mathcal{F}_t]$$

の関係が導かれる。  $r_t = R(t, t+1)$  と表記する。

これから銀行預金勘定  $B_t = \exp \sum_{s=0}^{t-1} r_s = \exp \sum_{s=0}^{t-1} R(s, s+1) > 0$  with  $B_0 = 1$  を導入すると, FTAP により,  $\mathbb{P}$  の同値マルチンゲール測度  $\mathbb{P}^*$  が存在して,  $(B_t^{-1} Q_t[\mathbf{X}])$  は  $(\mathbb{P}^*, \mathbb{F})$ -マルチンゲールとなる。また,  $r_t$  に具体的な表現を与えることにより, リスクの市場価格の具体的な表現を得ることができる。

## アクチュアリアルモデル

資産と保険負債を同時に取り扱うために, まず基本的アクチュアリアルモデルを導入する。資産・負債全体のフィルトレーションは  $\mathcal{F} = \{\mathbb{F}_t\}$  としたが, 資産側を  $\mathcal{A} = \{\mathbb{T}_t\}$ , 負債側を  $\mathcal{T} = \{\mathbb{T}_t\}$  とする。基本的アクチュアリアルモデルでは, (1)  $\mathbb{F}_t$  が  $\mathbb{A}_t$  と  $\mathbb{T}_t$  から生成され, (2) 測度  $P$  に関し,  $\mathcal{A}$  と  $\mathcal{T}$  は独立と仮定する。このとき, 状態価格デフレーター  $\phi$  は以下の性質がある。

1.  $\phi_t = \phi_t^T \phi_t^A$  の  $\phi_t^T$  を insurance technical probability distortion,  $\phi_t^A$  を financial deflator, と呼ぶ。
2.  $\phi^A = (\phi_t^A)$  は  $\mathbb{A}$ -適合
3.  $\phi^T = (\phi_t^T)$  は  $\mathbb{T}$ -適合で  $(\mathbb{P}, \mathbb{T})$ -マルチンゲール

基本金融資産  $\mathfrak{A}^{(i)}$  は可積分かつ  $\phi$ -整合的な価格過程  $A_t^{(i)}$  に従うものとする。基本金融資産で構成される資産は同じ性質を持つ。基本的アクチュアリアルモデルでは, 簡単な計算により,

$$A_t^{(i)} = \frac{1}{\phi_t^A} \mathbb{E}[\phi_{t+1}^A A_{t+1}^{(i)} | \mathcal{A}_t]$$

と  $\phi_t^T$  には無関係になる。実際には, 保険と金融のフィルトレーションが独立という仮定は必ずしも満たされない場合もあるが, 拡張モデルでの分析は極めて複雑になる。

## 保険負債評価 (Vapo)

保険のキャッシュフローを  $\mathbf{X} = (X_0, X_1, \dots, X_n) \in \mathcal{L}_\phi$  をとる。ここで, 各要素の  $X_k = \Lambda_k U_t^{(k)}$  であり,  $\Lambda_k$  は  $\mathcal{T}_k$  可測,  $U_t^{(k)}$  は  $\mathcal{A}_k$  可測であると仮定する。すなわち, 保険キャッシュフローは, 金融資産で複製できる部分と複製不能の部分から成る。ここで  $U_t^{(k)}$  は,  $\mathbb{A}$ -適合な資産ポートフォリオ  $\mathfrak{U}^{(k)}$  の価格過程であり, 基本金融資産  $\mathfrak{A}^{(i)}$  の線形結合であると考えるので,  $\mathfrak{U}^{(k)} = \sum_i y_i^{(k)} \mathfrak{A}^{(i)}$  と表すことができ, 対応する価格過程は,  $U_t^{(k)} = \sum_i y_i^{(k)} A_t^{(i)}$  となる。

すると以下の定理が成り立つ。

定理 1  $\mathbf{X}_k = X_k Z_k = (0, \dots, 0, \Lambda^{(k)} U_t^{(k)}, 0, \dots, 0) \in \mathcal{L}_\phi, t \leq k$  に対し

$$Q_t[\mathbf{X}_k] = \frac{1}{\phi_t^T} \mathbb{E} \left[ \sum \phi_t^T \Lambda^{(k)} | \mathcal{F}_t \right] U_t^{(k)} = \Lambda_t^{(k)} U_t^{(k)}$$

金融資産ポートフォリオ  $\mathfrak{A} := \mathfrak{A}(\mathbf{y}) = \sum_i y_i \mathfrak{A}^{(i)}$  に対し, 対応する価格過程は,  $U_t = \sum_i y_i A_t^{(i)}$  であり, 基本アクチュアリアルモデルのもとでは,

$$U_t = \frac{1}{\phi_t} \mathbb{E} \left[ \sum \phi_{t+1} U_{t+1} | \mathcal{F}_t \right] = \frac{1}{\phi_t^A} \mathbb{E} \left[ \sum \phi_{t+1}^A U_{t+1} | \mathcal{A}_t \right]$$

が成り立つ。これから, 以下のように保険負債の評価手順を構築できる。

1. 保険負債ポートフォリオ  $\mathbf{X} \in \mathcal{L}_\phi$  が、金融資産ポートフォリオ  $\mathfrak{A}^{(k)}$  によって、 $\mathbf{X} = (\Lambda^{(0)}U_0^{(0)}, \dots, \Lambda^{(n)}U_n^{(n)})$  と表されるとき、次のような写像が構成できる。

$$\mathbf{X} \mapsto \sum_k \Lambda^{(k)} \mathfrak{A}^{(k)}$$

2. 時点  $t$  を固定すると、1 の  $\Lambda^{(k)}$  を時点  $t$  における推定値で置き換えて、以下の  $Vapo_t$  写像が得られる。

$$\mathbf{X} \mapsto Vapo_t(\mathbf{X}) = \sum_k \mathbb{E} \left[ \Lambda^{(k)} | \mathcal{F}_t \right] \mathfrak{A}^{(k)}$$

3. 最後に  $Vapo_t$  を貨幣価値  $Q_t^0[\mathbf{X}]$  に変換する。

$$Vapo_t(\mathbf{X}) \mapsto Q_t^0[\mathbf{X}] = \sum_k \mathbb{E} \left[ \Lambda^{(k)} | \mathcal{F}_t \right] U_t^{(k)}$$

いままでの議論から最良推定負債は以下のように定義できる。保険契約キャッシュフロー  $X_{(t+1)}$

$$\mathbf{X}_{(t+1)} := (0, \dots, 0, X_{t+1}, \dots, X_n) \in \mathcal{L}_\phi$$

は  $t+1$  年以降のみのキャッシュフローを考慮した outstanding portfolio で、 $t$  保険年度の負債評価に用いられる。最良推定負債  $\mathfrak{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)})$  の定義は、

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)}) &= Q_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)}) = \sum_{k=t+1}^n \mathbb{E} \left[ \Lambda^{(k)} | \mathcal{F}_t \right] U_t^{(k)} \\ &= \sum_i (\mathbb{E} \left[ \Lambda^{(k)} | \mathcal{F}_t \right] y_i^{(k)}) A_t^{(i)}. \end{aligned}$$

これから、式の変形により以下の命題が得られる。

**命題 1** 基本アクチュアリアルモデルの下で、以下の関係式が成立する。

$$\begin{aligned} Vapo_t(\mathbf{X}_{(t)}) &= Vapo_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) + Vapo_t(\mathbf{X}_t) \\ Vapo_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) &= \mathbb{E} [Vapo_{t+1}(\mathbf{X}_{(t+1)}) | \mathcal{F}_t] \\ \mathfrak{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)}) &= \frac{1}{\phi_t^A} \mathbb{E} [\phi_{t+1}^A (X_{t+1} + \mathfrak{R}_{t+1}^0(\mathbf{X}_{(t+2)})) | \mathcal{F}_t]. \end{aligned}$$

## 割増負債評価 (Protected Vapo)

これから割増負債評価 (protected Vapo) は、リスク回避的な投資家が、保険ポートフォリオを購入するときを支払うであろうリスク調整済みの価格評価であるが、これは適当な確率ディストーション  $\phi^T \neq 1$  のもとで期待値をとることで実現できる。

1. 保険負債ポートフォリオ  $\mathbf{X} \in \mathcal{L}_\phi$  が、金融資産ポートフォリオ  $\mathfrak{A}^{(k)}$  によって、 $\mathbf{X} = (\Lambda^{(0)}U_0^{(0)}, \dots, \Lambda^{(n)}U_n^{(n)})$  と表されるとき、次のような写像が構成できる。

$$\mathbf{X} \mapsto \sum_k \Lambda^{(k)} \mathfrak{A}^{(k)}$$

2. 時点  $t$  を固定すると、1 の  $\Lambda^{(k)}$  を時点  $t$  における推定値で置き換えて、以下の  $Vapo_t^{prot}$  写像が得られる。

$$\mathbf{X} \mapsto Vapo_t^{prot}(\mathbf{X}) = \sum_k \frac{1}{\phi_k^T} \mathbb{E} \left[ \phi_k^T \Lambda^{(k)} | \mathcal{F}_t \right] \mathfrak{A}^{(k)} = \sum_k \Lambda_t^{(k)} \mathfrak{A}^{(k)}$$

3. 最後に  $Vapo^{prot}$  を貨幣価値に変換する。

$$Vapo_t^{prot}(\mathbf{X}) \mapsto Q_t[\mathbf{X}] = \sum_k \Lambda_t^{(k)} U_t^{(k)}$$

このように割増負債評価の評価手順は、 $\phi^T \neq 1$  とする以外には最良推定負債と全く同じである。割増評価と最良推定評価との違いは、 $\Lambda_t^{(k)}$  が  $\mathbb{E}[\Lambda^{(k)}|\mathcal{F}_t]$  に置き換わったことであるが、リスク回避的な投資家の場合には、 $\Lambda^{(k)}$  と  $\phi_k^T$  は正の相関になるため、

$$\Lambda_t^{(k)} = \frac{1}{\phi_k^T} \mathbb{E}[\phi_k^T \Lambda^{(k)}|\mathcal{F}_t] > \mathbb{E}[\Lambda^{(k)}|\mathcal{F}_t]$$

となる。このことから、正值の  $U_t^{(k)} > 0$ , ( $t < k$ ) のもとで、

$$Q_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) = \sum_{k=t+1}^n \Lambda_t^{(k)} U_t^{(k)} > \sum_{k=t+1}^n \mathbb{E}[\Lambda^{(k)}|\mathcal{F}_t] U_t^{(k)} = Q_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)})$$

が成立する。すなわち、割増評価 > 最良推定評価となり、この差額が MVM(Market Value Margin) と呼ばれるものに当たる。

割増負債についても、最良推定評価と同様に以下のように定義できる。割増負債評価  $\mathfrak{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)})$  の定義は、

$$\mathfrak{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) = Q_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) = \sum_{k=t+1}^n \Lambda_t^{(k)} U_t^{(k)}$$

これから、式の変形により以下の命題が得られる。

命題 2 基本アクチュアリアルモデルの下で、以下の関係式が成立する。

$$\begin{aligned} Vapo_t^{prot}(\mathbf{X}_{(t)}) &= Vapo_t^{prot}(\mathbf{X}_{(t+1)}) + Vapo_t^{prot}(\mathbf{X}_t) \\ Vapo_t^{prot}(\mathbf{X}_{(t+1)}) &= \mathbb{E}[Vapo_{t+1}^{prot}(\mathbf{X}_{(t+1)})|\mathcal{F}_t] \\ \mathfrak{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) &= \frac{1}{\phi_t} \mathbb{E}[\phi_{t+1}(X_{t+1} + \mathfrak{R}_{t+1}(\mathbf{X}_{(t+2)}))|\mathcal{F}_t]. \end{aligned}$$

また、正值の  $\Lambda^{(k)}$  と  $\phi_k^T$  が非負相関の場合には、 $\mathfrak{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) \geq \mathfrak{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)})$  となり、MVM は

$$MVM_t^\phi(\mathbf{X}_{(t+1)}) = \mathfrak{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) - \mathfrak{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)}) \geq 0$$

と定義できる。

### 確率的ディストーションの例

$\Lambda^{(n)}$  と正の相関をもつような distortion  $\phi_t^T$  を構成する必要がある。

- エッシャー (Esscher) 変換 :  $Y = Y_1 + \dots + Y_d$  は非負  $\mathcal{T}_n$  可測なリスクの和。

$$\phi_t^T = \frac{\mathbb{E}[\exp(\alpha Y)|\mathcal{F}_t]}{\mathbb{E}[\exp(\alpha Y)]}$$

が存在すれば、これは  $\Lambda^{(n)} = Y_i$  と正の相関を持つことが示される。(Fortuin-Kasteleyn-Ginibre 不等式による)

- CTE: 資本コスト係数  $r_{CoC} \in (0, 1)$  と安全水準  $1 - p \in (0, 1)$  を選んで、

$$\phi_t^T = (1 - r_{CoC}) + \frac{1}{p} \mathbb{E}[\mathbf{I}_{\{Y > VaR_{1-p}(Y)\}}]$$

とすると,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , 狭義増加, 連続, 可積分なる関数  $g$  で  $\Lambda^{(n)} = g(Y)$  と表せるときには,  $\Lambda_0^{(n)} = \mathbb{E}[\Lambda^{(n)}] + r_{CoC}CTE_{1-p}(\Lambda^{(n)} - \mathbb{E}[\Lambda^{(n)}])$  と表現でき, 第 1 項と第 2 項がそれぞれ最良推定とリスクマージンと解釈できる。

- すべての被保険者の生存 (死亡) が独立で第  $i$  番目の被保険者の生死を表すベルヌーイ確率変数を  $Y_{x+t+1}^{(i)}$  とすると,

$$\mathbb{E}[L_{x+t+1}|\mathcal{F}_t] = \sum_{i=1}^{L_{x+t}} \mathbb{E}\left[Y_{x+t+1}^{(i)}|\mathcal{F}_t\right] = p_{x+t+1}L_{x+t}$$

- これから, 確率的ディストーションを生命表に適用すると, 生存率 (死亡率)  $p_{x+t+1}, q_{x+t+1}$  を  $p_{x+t+1}^+, q_{x+t+1}^+$  に変換することに相当することが分かる。前者を第 2 基礎, 後者を第 1 基礎とする一部の国で行われているアクチュアリー実務と対応する。
- 終身年金の場合には  $\frac{p_{x+t+1}^+}{p_{x+t+1}} > 1$  とすれば,  $MVM > 0$  となる。養老保険の場合には, 条件を確かめることは一般に容易ではない。



What is Market Consistency? - Its usefulness and limitations -

Shuji Tanaka

Received 10 January 2015, Accepted 25 April 2015

Abstract

In European Insurance industry, the concept of market-consistency has been fully accepted through the implementation process of embedded accounting and Solvency II regulation.

In Japan, however, the essence of this concept is seemingly not yet understood enough, although FSA advocated the introduction of “economic-value” based solvency supervision in the near future.

This monograph argues the usefulness and the limitations of this important concept.