

## 研究論文

# CRRA 効用消費者の長期証券投資の 有限時間最適化問題に対する準解析解

バトボルド ボロルソフタ\* 菊池 健太郎† 楠田 浩二‡

2018年9月3日投稿

2019年5月8日受理

## 概要

Liu [9] は、潜在ファクターが自身の2次関数であるドリフト項および拡散項を持つ拡散過程に従い、短期金利、リスクの市場価格の平方等が潜在ファクターの2次関数で記述される証券市場モデルを仮定し、消費と投資の問題を考察している。彼は同問題の最適化の結果導出される非斉次偏微分方程式に対し、解析解の関数形を示し、同関数の未知係数群の連立常微分方程式を導出しているものの、同方程式の解析解は導出していない。本稿では、潜在ファクターが多次元版 Ornstein-Uhlenbeck 過程、短期金利、リスクの市場価格等が潜在ファクターのアフィン関数にそれぞれ従う証券市場モデルを仮定し、消費と投資の問題に対し、解表現に解析関数の時間積分を含む「準解析解」を導出するほか、アフィン1ファクター証券市場モデルの下で、同解に基づく比較静学を行う。

キーワード：確率制御、債券投資、消費と投資の問題、準解析解、長期証券投資、比較静学

## 1 序論

平成バブル崩壊以降の長期低成長の一因としてイノベーション創出のためのリスク・マネーの供給能力の不足が指摘される中、経済成長戦略として「貯蓄から投資へ」\*1が提唱されて久しいが、家計の投資比率は一貫して低迷を続けている。一因として、政府が家計の資産運用において模範的アセット・アロケーションを提示できていないことが挙げられる。また、GPIF が2014年秋、公的年金運用における株式投資比率を引き上げる方針を決定したが、本来、公的年金運用における株式投資比率は、我が国の平均的家計の最適アセット・アロケーションを踏まえて設定されるべきものである。こうした観点から、家計の模範的アセット・アロケーションの探求は、現代日本経済の喫緊の課題と思料する。

証券投資においては、分散投資の重要性が強調されてきたが、分散投資に加えて長期投資が重要である。Campbell and Viceira [7] は、長期投資においては安全証券は短期債ではなく長期物価連動債であることを指摘し、投資対象に長期物価連動債を含めるべきことを強調している。こうした観点から、Campbell and Viceira [7] は金利変動下の消費と株式・債券投資の最適化問題を研究しているが、同問題では、一般に、

\* 滋賀大学大学院博士後期課程 Email: bolorsuvdbatbold@gmail.com

† 滋賀大学経済学部 Email: kentaro-kikuchi@biwako.shiga-u.ac.jp

‡ 滋賀大学経済学部 Email: kusuda@biwako.shiga-u.ac.jp 本研究は JSPS 科研費 26380392 の助成を受けたものである。

\*1 最近になって、社会保障制度の持続困難を背景に、標語は「貯蓄から資産形成へ」に変更されているが、低迷する家計の投資比率の向上を企図している点では本質的な変化は無いと認識している。